

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2006/2007**

**Matematica 1**  
**Appello del 20 marzo 2007**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 20 marzo 2007

**Domande elementari.**

1. Risolvere la disequazione

$$x \sin x < 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$e^{4x} - e^{2x} - 2 = 0.$$

**Domande teoriche.**

1. Dato per acquisito che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e,$$

calcolare i limiti notevoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

2. (i) Enunciare e dimostrare il teorema del confronto per i limiti delle successioni.  
(ii) Sia  $\{a_n\}$  la successione data da

$$a_n = \frac{\sin n}{n}.$$

Calcolarne il limite usando il teorema del confronto.

## Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left[ \sqrt{x} \left( \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} \right) \right]$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{1/2}^2 x |\ln x| dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 + x) - x$$

4. Per quale valore di  $\alpha$  gli autovettori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \alpha & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

formano una terna ortogonale? Quale proprietà notevole ha la matrice  $A$  per quel valore di  $\alpha$ ?