

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2008/2009
Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 23 ottobre 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande elementari.

1. (2 punti) Risolvere l'equazione

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x-1} = 0.$$

2. (2 punti) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+2} > 0.$$

Domande teoriche.

- (i) (3 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema di de l'Hospital per una funzione reale di variabile reale.

(ii) (3 punti) Calcolare quindi i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln x},$$

utilizzando il teorema, discutendo poi la correttezza dei risultati trovati.

- (i) (3 punti) Fornire la definizione di limite finito di una funzione reale di variabile reale per $x \rightarrow +\infty$.

(ii) (3 punti) Utilizzando la definizione di limite, dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x - 1} = 2.$$

Esercizi.

- (5 punti) Dire quale, tra le seguenti applicazioni, f_1 , f_2 ed f_3 : $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$f_1(x, y, z) = (x + y + z, x^2)$$

$$f_2(x, y, z) = (x - y + z, x + y^2)$$

$$f_3(x, y, z) = (x + y - z, z)$$

è lineare. Per l'applicazione lineare, determinare la matrice di rappresentazione usando la base $\{(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$ in \mathbb{R}^3 e la base canonica in \mathbb{R}^2 .

- (2 punti) Dire per quale valore di λ le matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

commutano.

- (5 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = e^{g(x)} \quad \text{con} \quad g(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 1}.$$

- (2 punti) Calcolare la media della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\sin x} \cos x & x \leq 0 \\ 2 + e^{\cos x} \sin x & x > 0 \end{cases}$$

sull'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$ ed indicare se si applica il teorema della media.