

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2009/2010
Matematica 1

Nome

N. Matricola

Ancona, 20 marzo 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande elementari.

1. (4 punti) Risolvere le disequazioni

$$\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} > 0$$
$$\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} < 0$$

Domande teoriche.

1. (3 punti) Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
(3 punti) Discutere l'applicazione del teorema alla funzione $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^2 + 2, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$$

calcolandone anche la funzione integrale.

2. (3 punti) Introdurre la definizione di media di una funzione reale di variabile reale su un intervallo $[a, b]$. Quindi, enunciare e dimostrare il teorema della media.
(3 punti) Discutere l'applicazione del teorema della media alla funzione del punto precedente.

Esercizi.

1. (5 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{1 + \sin x - 2 \sin^2 x}.$$

2. (2 punti) Calcolare la media della funzione

$$f(x) = e^{|x-\pi|} \sin x$$

nell'intervallo $[0, 2\pi]$.

3. (5 punti) Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x} - 1 + x/2}.$$

4. (2 punti) Determinare le radici complesse dell'equazione

$$z^4 + 1 = 0$$

e calcolarne modulo ed argomento.