

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 19 maggio 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 19 maggio 2007

Domande elementari.

1. Risolvere l'equazione

$$x \ln |x| = 0.$$

2. Risolvere la disequazione

$$4 \sin^4 x + 3 \sin^2 x - 1 < 0.$$

Domande teoriche.

1. (i) Enunciare e dimostrare il teorema sulla monotonia delle funzioni derivabili.

(ii) Fare un esempio di una funzione non crescente con derivata prima positiva.

2. (i) Dare la definizione del simbolo di "o piccolo".

(ii) Determinare, in ciascuno dei seguenti casi, almeno una funzione $g(x)$ tale che

$$x = o(g(x))$$

$$\sin x = o(g(x))$$

$$e^x - 1 = o(g(x))$$

$$\ln(1+x) = o(g(x))$$

$$x^2 = o(g(x))$$

$$\sin^2 x = o(g(x))$$

$$e^{x^2} - 1 = o(g(x))$$

$$\ln(1+x^2) = o(g(x))$$

per $x \rightarrow 0$.

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \frac{\sqrt{x + \sin x} - \sqrt{x - \sin x}}{\sin x}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{2\pi} e^{|x-1|} |\sin x| dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x e^{|x-1|}}{6x - 1}.$$

4. Determinare i primi tre termini dello sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

attorno ad $x = 0$.