

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$e^{2x+1} \geq \frac{1}{2}$$

2. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x \sin x}{\cos x + 1}$$

3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$$

Domande teoriche.

1. Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.
2. Sia $f(x) = x^2 - 1$. Le funzioni $|f(x)|$ ed $|f(x)|^2$ presentano cuspidi o punti angolosi? Se si, in quali punti del dominio?
3. Sia $f(x)$ una funzione continua e positiva nell'intervallo $[a, b]$ e sia $g(x)$ una funzione definita in $[a, b]$ e tale che $g(x) > 0$ per $a < x < c$ e $g(x) < 0$ per $c < x < b$. È vero che la funzione $f(x)g(x)$ ha almeno uno zero nell'intervallo $[a, b]$? Giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n + n^2 + 1}{n^2 + 1}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\sqrt{e^{-x} + 1} - \sqrt{e^{-x} - 1} \right]$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x \sqrt{1+x}}{1-2x}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x \, dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$$