

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2005/2006**

**Matematica 1**  
**Appello del 14 gennaio 2006**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

**Domande elementari.**

1. Risolvere la disequazione

$$\log(4x - 2) \leq 3$$

2. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$$

3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \left( -\frac{1}{x^3} \right) dx$$

**Domande teoriche.**

1. Enunciare e dimostrare il Teorema dei Valori Intermedi per una funzione reale di una variabile reale.
2. Sia  $f(x) = \sin x$ . Le funzioni  $|f(x)|$  ed  $|f(x)|^2$  presentano cuspidi o punti angolosi? Se sì, in quali punti del dominio?
3. Sia  $x = x_0$  un asintoto verticale per una funzione  $f(x)$  e sia  $g(x)$  una funzione tale che  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ . Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando la risposta:
  - (a)  $f(x)g(x)$  è continua in  $x = x_0$
  - (b) il limite  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$  esiste ed è finito
  - (c) la funzione  $f(x)g(x)$  ha un asintoto verticale in  $x = x_0$
  - (d) la funzione  $f(x)g(x)$  è una forma indeterminata per  $x \rightarrow x_0$ .

## Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{e^n + 1} - \sqrt{e^n - 1} \right]$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x) + 3 \sin(3x)}{3 \cos(x) + \cos(3x)}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{x + 1}{x^2 - 5x + 6} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^2 x}$$