

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$\cos^2 x - 2\sqrt{2} \cos x + \frac{3}{2} \leq 0$$

2. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = e^{\sin^3 x} \cos x$$

3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$$

Domande teoriche.

1. Enunciare e dimostrare la regola di derivazione del prodotto di due funzioni in un punto.
2. (a) Sia $f(x) = \sin x$ e sia data la retta r di equazione $y = 2x + 1$. Può la retta r essere tangente ad $f(x)$ in qualche punto del dominio e perchè? Se si, dove?
(b) Sia $f(x) = x^3/3$ e sia data la retta r di equazione $y = (3/2)x + 1$. Può la retta r essere tangente ad $f(x)$ in qualche punto del dominio e perchè? Se si, dove?
3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + 1, & 0 \leq x \leq \pi \\ \sin x - 1, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

È $f(x)$ integrabile secondo Riemann? Inoltre, si può applicare il Teorema della Media alla funzione $f(x)$ nell'intervallo $[0, 2\pi]$? Giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \left(\frac{n^2 \pi + 1}{2n^2 - n} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} \left[\sqrt{\tan x + x} - \sqrt{\tan x - x} \right]$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{-1 + e^x + e^{2x}}{-e^x + 2e^{2x}}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x+2}{x^2+2} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{\sin x}}$$