

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$\sin^2 x + \frac{3}{2} \sin x - 1 \geq 0$$

2. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = e^{\sin^2 x} \cos x$$

3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

Domande teoriche.

1. Enunciare e dimostrare il Teorema dell'Unicità del Limite per una successione di numeri reali. Si consideri soltanto il caso di limite finito.

2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\sin^2 x = o(x)$, $x \rightarrow 0$

(b) $\sin^2 x = o(x^2)$, $x \rightarrow 0$

(c) $\sin^2 x = o(x^3)$, $x \rightarrow 0$

(d) $x^3 + x^2 = o(x^3)$, $x \rightarrow 0$

(e) $x^3 + x^2 = o(x)$, $x \rightarrow 0$

(f) $x^3 + x^2 = o(x^2)$, $x \rightarrow 0$.

3. Sia $f(x)$ una funzione continua nell'intervallo $[a, b]$, con $f(x_0) = 0$, $f(x) > 0$ per $a < x < x_0$ ed $f(x) < 0$ per $x_0 < x < b$. Sia inoltre $F(x)$ la funzione integrale

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt.$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera, giustificando la risposta:

(a) $F(x)$ ha un massimo in $x = x_0$

(b) $F(x)$ ha un minimo in $x = x_0$

(c) $F(x)$ ha un flesso orizzontale in $x = x_0$

(d) Nulla si può dire sul comportamento di $F(x)$ in $x = x_0$.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2^n + 1} - \sqrt{2^n - 1} \right]$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\log x}{x - 1} \right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x \log x}{\log x - 1}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1 + x^2}}$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^3 x}$$