

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2007/2008

Matematica 1
Appello del 16 febbraio 2008

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 16 febbraio 2008

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$e^{2x} + e^x - 2 > 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$e^{2x} + e^x - 6 = 0$$

Domande teoriche.

1. Dare la definizione di punto angoloso, cuspidale e flesso a tangente verticale per una funzione reale di variabile reale. Classificare quindi i punti di non derivabilità delle funzioni

$$f_1(x) = x^{1/5}, \quad f_2(x) = |x|^{1/5}, \quad f_3(x) = \tan |x|,$$

definite nell'intervallo $-1 \leq x \leq 1$.

2. Enunciare e dimostrare il teorema del valor medio di Lagrange per una funzione reale di variabile reale. Si considerino quindi le funzioni

$$f_1(x) = \sin |x| \quad \text{e} \quad f_2(x) = \sin(x^2)$$

e si discuta l'applicabilità del teorema di Lagrange a tali funzioni nell'intervallo $-\pi/4 \leq x \leq \pi/4$.

Esercizi.

1. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{3\pi/2}} |x| \cos(x^2) dx$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln(1 + x e^{-x}).$$

3. Determinare le radici complesse dell'equazione

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

e scriverne sia la rappresentazione cartesiana che quella polare.

4. Determinare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x^4}\right) dx.$$