

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande di sbarramento.

1. Sia $f : (-\infty, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = a^x$, con $a > 0$. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 f è strettamente crescente se $a < 1$;
- 2 f è strettamente decrescente per $a > 1$;
- 3 f è strettamente crescente per $a < 1$ ed $x > 0$;
- 4 f è strettamente decrescente per $a < 1$.

2. Siano $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni continue, derivabili in (a, b) , con $g(x) \neq 0$, e tali che $f(x)/g(x)$ sia decrescente in (a, b) . Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 deve essere $f' < 0$ e $g' < 0$ in (a, b) ;
- 2 f e g possono essere entrambe crescenti in (a, b) ;
- 3 almeno una delle funzioni, f o g , deve essere decrescente in (a, b) ;
- 4 almeno una delle funzioni, f o g , deve essere negativa in (a, b) .

3. Sia $f(x)$ continua e strettamente crescente in $[a, b]$, con $f(a)f(b) < 0$. Sia $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1 $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{x_0} f(x)dx$;
- 2 $\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^b f(x)dx - \int_a^{x_0} |f(x)|dx$;
- 3 $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b |f(x)|dx$;
- 4 $\int_a^{x_0} f(x)dx > \int_{x_0}^b f(x)dx$.

Teoria.

Fornire con la massima precisione possibile la definizione di limite infinito di una funzione $f(x)$, definita su un dominio D , per x che tende ad un punto x_0 .

Esercizi.

1. Determinare parte reale e parte immaginaria di numeri complessi $z = (1+i)^2/(2-i)$ e $z = (1+i)/(2-i)^2$.

2. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n} \log(n^2 + 3).$$

3. Utilizzando il teorema di de l'Hospital, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\log(1 + x^2)}.$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sin x} dx$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2}{2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2}$$