

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande di sbarramento.

1. Sia $z = a + ib$ un numero complesso e \bar{z} il suo complesso coniugato. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 z/\bar{z} è un numero reale;
- 2 z/\bar{z} è un numero immaginario;
- 3 $z + \bar{z}$ è un numero reale;
- 4 $z\bar{z}$ è un numero immaginario.

2. Sia $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = x^\alpha$, con $\alpha \in \mathbb{R}$. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 f è strettamente crescente per $\alpha < 0$;
- 2 f è strettamente decrescente per $\alpha > 0$;
- 3 f è strettamente crescente per $\alpha > 0 \iff \alpha \in \mathbb{N}$;
- 4 f è strettamente crescente per $\alpha > 0$.

3. Siano $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni continue, derivabili in (a, b) e tali che $f(x)g(x)$ sia decrescente in (a, b) . Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 deve essere $f' < 0$ e $g' < 0$ in (a, b) ;
- 2 f e g possono essere entrambe crescenti in (a, b) ;
- 3 almeno una delle funzioni, f o g , deve essere decrescente in (a, b) ;
- 4 almeno una delle funzioni, f o g , deve essere negativa in (a, b) .

Teoria.

Fornire con la massima precisione possibile la definizione di limite finito di una funzione $f(x)$, definita su un dominio D , per x che tende ad un punto x_0 .

Esercizi.

1. Determinare parte reale e parte immaginaria di numeri complessi $z = 1/(2 + 3i)^2$ e $z = 2/(3 - 2i)^2$.

2. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\sqrt{n}} \sin n.$$

3. Calcolare la derivata delle funzione

$$f(x) = e^{-x} |\sin x|,$$

considerando tutti i possibili punti di non derivabilità.

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \sqrt{2^x - 1} dx$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\log^2 x + \log x - 2}{\log^2 x - \log x - 2}$$