

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2005/2006**

**Matematica 1**  
**Appello del 14 gennaio 2006**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

**Domande di sbarramento.**

1. Siano  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  due successioni tali che  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$  e sia  $\{c_n\}$  una terza successione, con  $c_n = b_n/(a_n - 5)$ . Secondo le proprietà algebriche dell'operazione di limite, quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1 il  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  è una forma indeterminata;
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$ ;
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$ ;
- 4  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 5$ .

2. Sia  $f : (-\infty, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione  $f(x) = x^n$ , con  $n \in \mathbb{Z}$ . Quale di queste affermazioni è vera?

- 1  $f$  è strettamente crescente per  $n < 0$ ;
- 2  $f$  è strettamente decrescente per  $n > 0$ ;
- 3  $f$  è strettamente crescente per  $n > 0 \iff n$  è dispari;
- 4  $f$  è strettamente crescente per  $n > 0 \iff n$  è pari.

3. Sia  $a > 0$  un numero reale e sia  $f(x)$  continua e dispari in  $[-a, a]$ , con  $f(x) > 0$  per  $x > 0$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- 1  $|\int_{-a}^a f(x)dx| = 2 \int_{-a}^a f(x)dx$ ;
- 2  $\int_{-a}^a |f(x)|dx < \int_{-a}^a f(|x|)dx$ ;
- 3  $\int_{-a}^a f(|x|)dx < \int_{-a}^a |f(x)|dx$ ;
- 4  $|\int_{-a}^a f(x)dx| \leq \int_{-a}^a |f(x)|dx$ .

## Teoria.

Dimostrare la continuità di una funzione derivabile in un punto  $x_0$  del dominio.

## Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-1}{n+3} \right)^{\frac{4n^2-3n+1}{8n^2+1}}.$$

2. Determinare il dominio e l'immagine della funzione  $f(x) = \log(1 - x^2)$ .
3. Calcolare la derivata delle funzione

$$f(x) = e^{-x} |\cos x|,$$

considerando tutti i possibili punti di non derivabilità.

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \sin^3 x dx$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{x-2} \sqrt{x^2 - x - 2}$$