

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 14 gennaio 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

Domande di sbarramento.

1. Sia $z = a + ib$ un numero complesso e \bar{z} il suo complesso coniugato. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 z/\bar{z} è un numero reale;
- 2 z/\bar{z} è un numero immaginario;
- 3 $z\bar{z}$ è un numero immaginario;
- 4 $z - \bar{z}$ è un numero immaginario.

2. Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni tali che $f(x) = o(x)$ e $g(x) = o(x^2)$, $x \rightarrow 0$. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

- 1 $f(x)g(x) = o(x^4)$, $x \rightarrow 0$;
- 2 $f(x)g(x) = o(x)$, $x \rightarrow 0$;
- 3 $f(x)g(x) = o(x^{7/2})$, $x \rightarrow 0$;
- 4 $f(x)g(x) = o(x^5)$, $x \rightarrow 0$.

3. Sia $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \log_a x$, con $a > 0$. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 f è strettamente crescente se $a < 1$;
- 2 f è strettamente decrescente per $a > 1$;
- 3 f è strettamente crescente per $a < 1$ ed $x > 1$;
- 4 f è strettamente decrescente per $a < 1$.

Teoria.

Utilizzando il criterio del rapporto per le successioni, enunciare e dimostrare le proprietà di convergenza delle successioni n/a^n e $\log n/n$.

Esercizi.

1. Determinare modulo ed argomento dei numeri complessi $z = i + \sqrt{3}$ e $z = i - 1$.
2. Determinare il dominio della funzione $f(x) = \arccos(1/(1 + x^2))$.
3. Determinare i primi tre termini dello sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} - 2\frac{1 - \cos x}{x^2}$$

intorno al punto $x = 0$.

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{3x + 1}{x^2 - 4x + 3} dx$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = xe^{2/\log|x|}$$