

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2005/2006**

**Matematica 1**  
**Appello del 14 gennaio 2006**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 14 gennaio 2006

**Domande di sbarramento.**

1. Sia  $z = a + ib$  un numero complesso e  $\bar{z}$  il suo complesso coniugato. Quale di queste affermazioni è vera?

- 1  $z/\bar{z}$  è un numero reale;
- 2  $z/\bar{z}$  è un numero immaginario;
- 3  $z\bar{z}$  è un numero reale;
- 4  $z\bar{z}$  è un numero immaginario.

2. Una soltanto delle seguenti successioni  $\{a_n\}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , è monotona. Quale?

- 1  $a_n = (2 - n)^2$ ;
- 2  $a_n = (-2)^n$ ;
- 3  $a_n = -2^n$ ;
- 4  $a_n = |4 - n^2|$ .

3. Siano  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  due funzioni continue, derivabili in  $(a, b)$  e tali che  $f(x)g(x)$  sia crescente in  $(a, b)$ . Quale di queste affermazioni è vera?

- 1 deve essere  $f' > 0$  e  $g' > 0$  in  $(a, b)$ ;
- 2  $f$  e  $g$  possono essere entrambe decrescenti in  $(a, b)$ ;
- 3 almeno una delle funzioni,  $f$  o  $g$ , deve essere crescente in  $(a, b)$ ;
- 4 almeno una delle funzioni,  $f$  o  $g$ , deve essere positiva in  $(a, b)$ .

**Teoria.**

Siano  $\{a\}_n$ ,  $\{b_n\}$  e  $\{c_n\}$  tre successioni di numeri reali. Enunciare e dimostrare il teorema del confronto.

**Esercizi.**

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{n} - n}{2\sqrt{n+1}}.$$

2. Calcolare i limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 + x^3 + x + 2}{4x^4 - x^3 + x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x + \sin x}{x - \pi}$$

3. Utilizzando il teorema di de l'Hospital, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cot x.$$

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}} dx$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{|x|} \frac{x-1}{x-2}$$