

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2006/2007**

**Matematica 1**  
**Appello del 13 gennaio 2007**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 13 gennaio 2007

**Domande elementari.**

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x + 1} > 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$(\ln x)^4 + (\ln x)^2 - 2 = 0.$$

**Domande teoriche.**

1. Enunciare e dimostrare il teorema del valor medio (di Lagrange) per una funzione reale di variabile reale. Verificarne quindi l'applicazione alla funzione  $f(x) = |\sin x|$  nell'intervallo  $[-\pi/2, \pi/2]$ .
2. Qual'è il significato della scrittura simbolica  $f(x) = o(g(x))$ ,  $x \rightarrow x_0$  (ovvero, dare la definizione del simbolo di "o piccolo")? Sia ora  $f(x)$  una funzione derivabile quante volte si vuole in  $x = 0$  e tale che  $f(x) = o(x^n)$ ,  $x \rightarrow x_0$ . Dimostrare, usando opportunamente il simbolo di "o piccolo" ed il teorema di de l'Hospital, che il polinomio di Taylor di  $f(x)$  attorno ad  $x_0 = 0$  non contiene termini di ordine  $\leq n$ .

## Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - 1}{\cot^2 x}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| e^{|x|} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

4. Per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

commutano?