

**Università Politecnica delle Marche**  
**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2006/2007**

**Matematica 1**  
**Appello del 13 gennaio 2007**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 13 gennaio 2007

**Domande elementari.**

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + 1} > 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$(\ln x)^4 - (\ln x)^2 - 2 = 0.$$

**Domande teoriche.**

1. Determinare le equivalenze asintotiche delle funzioni  $\sin 2x$ ,  $1 - \cos 3x$ ,  $\log(1 + x/2)$ ,  $e^{-x}$  e  $\sqrt{1 + x/3}$  per  $x \rightarrow 0$ .
2. Enunciare il teorema sull'algebra delle derivate e dimostrarne una proposizione a scelta. Infine, si considerino due funzioni,  $f(x)$  e  $g(x)$ , continue e strettamente crescenti nell'intervallo  $[a, b]$  e derivabili in  $(a, b)$ . Sotto quali condizioni il loro prodotto  $f(x)g(x)$  è anch'esso una funzione strettamente crescente in  $[a, b]$ ?

## Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{4 \cot x + 1}{\cot x - 1}}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1 + |1 - x^2|}} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 2x - 2}.$$

4. Per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  il sistema lineare

$$\begin{cases} x - y + \alpha z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \\ -2x + z = \beta \end{cases}$$

ammette infinite soluzioni?