

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 13 gennaio 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 13 gennaio 2007

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + 1} < 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$(\ln x)^4 - 2(\ln x)^2 - 8 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Dimostrare con metodi geometrici elementari che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

2. Dimostrare che una funzione derivabile nel punto x_0 è ivi continua. Si consideri quindi la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$$

È derivabile in $x = 0$? Come si comporta la sua derivata vicino ad $x = 0$? Come si classifica il punto $x = 0$ per la funzione $f'(x)$? È possibile prolungarla per continuità in $x = 0$?

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{\sqrt{9e^{2x} + x^2}}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^\pi |\cos x| e^{|x|} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^x - 2}{e^{2x} - 2e^x + 2}.$$

4. Per quali valori di α e β la matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 2 & \beta \end{pmatrix}$$

ammette $\lambda = 1$ come autovalore e $v = (1, 3)$ quale suo autovettore?