

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 13 gennaio 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 13 gennaio 2007

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$\frac{2 \cos x - 1}{2 \sin x + 1} < 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$(\ln x)^4 + 2(\ln x)^2 - 8 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Dare la definizione di convessità e concavità di una funzione in termini del suo grafico e della retta tangente. Discutere quindi la relazione tra la convessità e la concavità e le sue derivate, introducendo anche i punti di flesso. Come può essere usato tutto ciò nel calcolo dei massimi e dei minimi della funzione?
2. Enunciare e dimostrare il teorema della media nel calcolo integrale. Si consideri quindi una funzione continua $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $F(x)$ la sua funzione integrale. Dimostrare l'equivalenza tra il teorema della media per la funzione $f(x)$ ed il teorema del valor medio (o di Lagrange) per la funzione $F(x)$.

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4e^{2x} + x^2}}{e^x + 1}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^2 x \sqrt{|1 - x^2|} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 2e^x + 2}{e^x - 1}.$$

4. Per quali valori di α e β i vettori $v_1 = (1, -1, 2)$, $v_2 = (2, 1, -1/2)$ e $v_3 = (1, \alpha, \beta)$ sono linearmente indipendenti ed i vettori v_2 e v_3 sono tra loro ortogonali?