

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2007/2008

Matematica 1
Appello del 12 gennaio 2008

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 12 gennaio 2008

Domande elementari.

1. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\cos^2 x - \frac{3}{4} = 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^6 - 25x^3 + 144 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Partendo dalla convergenza della successione di Nepero, calcolare i limiti notevoli $(e^x - 1)/x$ e $\ln(1 + x)/x$ per $x \rightarrow 0$. Si possono calcolare anche usando il teorema di de l'Hospital? Se si, verificare che i due risultati siano coerenti.
2. Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza dell'ordinamento per le successioni di numeri reali. Applicare quindi il teorema alle successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ date da

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \quad b_n = \frac{2n^2 - 5}{n^2 + 1}.$$

Esercizi.

1. Calcolare l'integrale

$$\int_{1/2}^2 |x-1| \ln x \, dx$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = (x-1) \sqrt{|x^2-4|}.$$

3. Calcolare il determinante della matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

e dire se le righe della matrice sono linearmente indipendenti o no.

4. Calcolare il primo termine del polinomio di Taylor delle funzioni

$$f_1(x) = \sqrt{25+x} - \left(5 + \frac{x}{10}\right)$$

$$f_2(x) = e^{7x} - (1 + 7x)$$

$$f_3(x) = \ln(1+5x) - 5x$$

$$f_4(x) = \frac{\sin 7x}{x} - 7$$

attorno a $x_0 = 0$.