

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2007/2008

Matematica 1
Appello del 12 gennaio 2008

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 12 gennaio 2008

Domande elementari.

1. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\cos^2 x - \frac{1}{4} = 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^6 - 5x^3 + 4 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hospital. Calcolare quindi il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{e^x - 1}$$

con e senza il teorema di de l'Hospital. Si ottiene lo stesso risultato? Perché?

2. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat per una funzione reale di variabile reale. Si consideri quindi la funzione $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-2)^2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Ci sono massimi relativi per questa funzione? Si può applicare il teorema di Fermat?

Esercizi.

1. Calcolare l'integrale

$$\int_{1/2}^2 x \ln |x - 1| dx$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = (x - 4) \sqrt{|x^2 - 1|}.$$

3. Calcolare il determinante della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e dire se le righe della matrice sono linearmente indipendenti o no.

4. Calcolare il primo termine del polinomio di Taylor delle funzioni

$$f_1(x) = \sqrt{16 + x} - \left(4 + \frac{x}{8}\right)$$

$$f_2(x) = e^{5x} - (1 + 5x)$$

$$f_3(x) = \ln(1 + 7x) - 7x$$

$$f_4(x) = \frac{\sin 5x}{x} - 5$$

attorno a $x_0 = 0$.