

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2007/2008

Matematica 1
Appello del 12 aprile 2008

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 12 aprile 2008

Domande elementari.

1. (2 punti) Risolvere la disequazione

$$e^{2x} + e^x - 12 > 0.$$

2. (2 punti) Risolvere l'equazione

$$e^{-2x} - e^{-x} - 12 = 0$$

Domande teoriche.

1. (i) (3 punti) Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
(ii) (3 punti) Si consideri la funzione $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \leq 2; \end{cases}$$

sia $F(x)$ la sua funzione integrale e sia $G(x)$ la funzione integrale della $F(x)$, entrambe sempre definite nell'intervallo $[0, 2]$ con $F(0) = G(0) = 0$. Discutere le proprietà di continuità e derivabilità delle tre funzioni $f(x)$, $F(x)$ e $G(x)$, specificando anche quante volte ciascuna di esse sia derivabile.

2. (i) (4 punti) Enunciare e dimostrare il teorema dell'unicità del limite per le successioni di numeri reali.
(ii) (2 punti) Dare le definizioni di successione regolare, irregolare, convergente, e di successione monotona.

Esercizi.

1. (4 punti) Calcolare l'integrale

$$\int_1^3 |2-x| \ln x \, dx$$

2. (4 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{|1 - e^{-2x}|} - \frac{1}{2}.$$

3. (4 punti) Utilizzando il criterio del confronto asintotico, discutere la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1}{1 - x^2/4 - \sqrt{\cos x}} \, dx.$$

4. (2 punti) Calcolare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0,$$

rappresentarle graficamente sul piano complesso e determinarne il modulo e l'argomento.