CORSO di FISICA-MATEMATICA

per il

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

Appello del 9/1/2006

Nome:................................

N. matr.:................................ Ancona, 9 gennaio 2006

1. Determinare la soluzione dell'equazione di Laplace $\Delta u = 0$, per la funzione incognita $u(x, y)$, nel dominio costituito dal quarto di cerchio

$$\Omega = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 0, y \geq 0\}$$

e con le condizioni al contorno

$$u(x, y) = \begin{cases} x, & y = 0 \\ x + y, & x^2 + y^2 = 1 \\ y, & x = 0 \end{cases}$$

Ricordiamo l'espressione del Laplaciano in coordinate polari piane (r, φ)*:*

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$$

2. Determinare la soluzione dell'equazione di "drift-diffusion"

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

per la funzione incognita $u(x, t)$ nel dominio $-\infty < x < +\infty$ con la condizione iniziale $u(x, 0) = A \sin x$. Tracciare un grafico qualitativo della soluzione $u(x, t)$ in funzione di x a diversi istanti temporali.

3. Ricavare la formula di d'Alembert per la soluzione dell'equazione delle onde in una dimensione; partendo dalla formula di d'Alembert, definire quindi il dominio di dipendenza ed il cono d'influenza.