CORSO di FISICA-MATEMATICA

per il

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

A.A. 2006/07: Appello del 22/6/2007

Nome:...............................

N. matr.:...............................   Ancona, 22 giugno 2007

1. Classificare l'equazione differenziale del second'ordine

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\,\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0$$

   e determinarne la trasformazione in forma canonica. Partendo dalla forma canonica, risolvere quindi l'equazione con le condizioni ausiliarie

$$\begin{array}{ll} u(x,0) = 0, & 0 \le x \le +\infty \\ u(s+L, L) = 0, & 0 \le s \le +\infty \\ u(y,y) = h(y). & \end{array}$$

2. Determinare la soluzione dell'equazione delle onde, nel dominio $-\infty < x < +\infty$ e $t \ge 0$ con la condizione iniziale

$$\begin{aligned} u(x,0) &= e^{-x^2} \\ \phi(x) &= e^{-x}, \qquad x \ge 0 \\ &= 0, \qquad x < 0. \end{aligned}$$

3. È data l'equazione di "drift-diffusion" con un termine di sorgente

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v\,\frac{\partial n}{\partial x} - D\,\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = S(x)$$

   e condizioni al contorno di Dirichlet $n(-1,t) = n(1,t) = 0$.

   (i) A quale condizione deve obbedire la sorgente $S(x)$ affinchè esista la soluzione stazionaria?

   (ii) Sia ora $S(x) = A\,\sin(\pi/x)$. Verificare se esiste la soluzione stazionaria e risolvere quindi l'equazione completa con la condizione iniziale

$$n(x,0) = \begin{cases} x+1, & -1 \le x \le 0 \\ 1-x, & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

4. Introdurre i concetti di superficie integrale, direzioni caratteristiche e curve caratteristiche per le equazioni quasi-lineari del prim'ordine, ed impostare quindi il problema di Cauchy.