CORSO di FISICA-MATEMATICA

per il

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

A.A. 2006/07: Appello del 19/5/2007

Nome:................................

N. matr.:................................ Ancona, 19 maggio 2007

1. Determinare la soluzione dell'equazione del calore presenza di una sorgente,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \alpha \sin \frac{2\pi}{L} x$$

con le condizioni al contorno $u(0,t) = u(L,t) = 0$ e la condizione iniziale

$$u(x,0) = U_0 \sin \frac{2\pi}{L} x.$$

2. Classificare l'equazione del second'ordine

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

e determinarne la trasformazione in forma canonica. Determinarne quindi la soluzione nel dominio $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, con le condizioni al contorno $u(x,0) = h(x)$ e $\partial u / \partial y (x,0) = \phi(x)$, usando un metodo risolutivo a scelta.

3. Risolvere l'equazione differenziale lineare del prim'ordine

$$y \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -u$$

per la funzione incognita $u(x,y)$, nel dominio $\Omega = \mathbb{R}^2$, con il dato di Cauchy $u(x,0) = x$ sulla retta di equazione $x = 0$.

4. Enunciare e dimostrare il Principio di Massimo per l'equazione di Laplace. Determinare quindi i valori dei parametri α e β per i quali la funzione

$$u(x,y) = \alpha\, x^2 - y^2 + \beta\, x + y + 1$$

definita nel dominio $0 \leq x^2 + y^2 \leq 1$ assume il suo massimo sul bordo di tale dominio.