

**CORSO di FISICA-MATEMATICA**  
per il  
**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile**

**A.A. 2006/07: Appello del 19/3/2007**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 19 marzo 2007

1. È data l'equazione differenziale lineare del prim'ordine

$$\frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

per la funzione incognita  $u(x, y)$ , nel dominio  $\Omega = \mathbb{R}^2$ . Determinare le curve caratteristiche e le loro proiezioni sul piano  $(x, y)$ . Determinare quindi la soluzione dell'equazione nel dominio  $\Omega$  con il dato di Cauchy  $u(x, y) = y^2$  sulla retta di equazione  $x = 0$ .

2. Determinare la soluzione dell'equazione delle onde nel dominio infinito  $-\infty < x < +\infty$  con la condizione iniziale

$$u(x, 0) = 1$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = e^{-|x|}.$$

Fare quindi un grafico qualitativo della soluzione a diversi istanti temporali.

3. Determinare la soluzione dell'equazione ellittica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

nel dominio ellittico dato da  $x^2 + y^2/4 \leq 1$  e la condizione al contorno di Dirichlet  $u(x, y) = 1 + y/4$  sul bordo del dominio.

*Ricordiamo l'espressione del Laplaciano in coordinate polari piane  $(r, \varphi)$ :*

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$$

4. Ricavare la formula di d'Alembert per la soluzione dell'equazione delle onde in una dimensione nel dominio  $-\infty < x < +\infty$ ; partendo dalla formula di d'Alembert, definire quindi il dominio di dipendenza ed il cono d'influenza.