

CORSO di FISICA-MATEMATICA
per il
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

A.A. 2006/07: Appello del 19/3/2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 19 marzo 2007

1. È data l'equazione differenziale lineare del prim'ordine

$$\frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

per la funzione incognita $u(x, y)$, nel dominio $\Omega = \mathbb{R}^2$. Determinare le curve caratteristiche e le loro proiezioni sul piano (x, y) . Determinare quindi la soluzione dell'equazione nel dominio Ω con il dato di Cauchy $u(x, y) = y^2$ sulla retta di equazione $x = 0$.

2. Determinare la soluzione dell'equazione delle onde nel dominio infinito $-\infty < x < +\infty$ con la condizione iniziale

$$u(x, 0) = 1$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = e^{-|x|}.$$

Fare quindi un grafico qualitativo della soluzione a diversi istanti temporali.

3. Determinare la soluzione dell'equazione ellittica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

nel dominio ellittico dato da $x^2 + y^2/4 \leq 1$ e la condizione al contorno di Dirichlet $u(x, y) = 1 + y/4$ sul bordo del dominio.

Ricordiamo l'espressione del Laplaciano in coordinate polari piane (r, φ) :

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}$$

4. Ricavare la formula di d'Alembert per la soluzione dell'equazione delle onde in una dimensione nel dominio $-\infty < x < +\infty$; partendo dalla formula di d'Alembert, definire quindi il dominio di dipendenza ed il cono d'influenza.