CORSO di FISICA-MATEMATICA

per il

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

Appello del 9/1/2006

Nome:...............................

N. matr.:............................... Ancona, 9 gennaio 2006

1. Determinare la soluzione dell' equazione del second'ordine iperbolica
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$
con le condizioni ausiliarie:
$$u(x,0) = \begin{cases} \cos x & x \leq \pi/2 \\ 0 & \pi/2 \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0$$
$$u(0,t) = 0$$
$$u(2\pi,t) = 1$$

2. Si consideri l'equazione della diffusione con un termine di sorgente
$$\frac{\partial u}{\partial t} - D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = Q(x)$$
per la funzione incognita $u(x,t)$ nel dominio $-\infty < x < +\infty$, dove il termine di sorgente $Q(x)$ è dato da
$$Q(x) = \begin{cases} qe^{-x}, & x > 0 \\ -qe^{x}, & x < 0, \end{cases}$$
con q una costante reale positiva. Determinare la soluzione con la condizione iniziale
$$u(x,0) = \begin{cases} U_0 - (q/D)e^{-x}, & x > 0 \\ U_0 + (q/D)e^{x}, & x < 0, \end{cases}$$
con U_0 una costante reale positiva, e le condizioni al contorno $u(x,t) \to 0$ per $x \to \pm\infty$. Dire anche se esiste la soluzione stazionaria e se vale la legge di conservazione per il numero di particelle.

3. Introdurre i concetti di superficie integrale, direzioni caratteristiche e curve caratteristiche per le equazioni quasi-lineari del prim'ordine, ed impostare quindi il problema di Cauchy.