

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile
Anno Accademico 2010/2011
Fisica Matematica

Nome

N. Matricola

Ancona, 13 giugno 2011

1. Trattare le proprietà di conservazione del numero di particelle (o di calore) nell'equazione della diffusione, con e senza termine convettivo.
2. Determinare la soluzione completa dell'equazione delle onde con le condizioni al contorno $u(0, t) = 1$, $u(L, t) = 0$ e le condizioni iniziali

$$u(x, 0) = 1 + x(L - x) \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0.$$

3. Per quali valori di a e b la funzione $f(x, y) = a \sin^2 x + b \cos^2 x$ è soluzione dell'equazione di Laplace? Posto $a = 1$, e scelto b in modo che f sia soluzione dell'equazione di Laplace, determinare il massimo della funzione sul dominio $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$ utilizzando il principio del massimo.
4. Risolvere l'equazione del prim'ordine

$$y \frac{\partial u}{\partial x} - (x + 1) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

con la condizione iniziale $u(x, 0) = 1$ per $-\infty < x < \infty$. Individuare anche il dominio di definizione della soluzione.