

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile**  
**Anno Accademico 2010/2011**  
**Fisica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 13 giugno 2011

1. Trattare le proprietà di conservazione del numero di particelle (o di calore) nell'equazione della diffusione, con e senza termine convettivo.
2. Determinare la soluzione completa dell'equazione delle onde con le condizioni al contorno  $u(0, t) = 1$ ,  $u(L, t) = 0$  e le condizioni iniziali

$$u(x, 0) = 1 + x(L - x) \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0.$$

3. Per quali valori di  $a$  e  $b$  la funzione  $f(x, y) = a \sin^2 x + b \cos^2 x$  è soluzione dell'equazione di Laplace? Posto  $a = 1$ , e scelto  $b$  in modo che  $f$  sia soluzione dell'equazione di Laplace, determinare il massimo della funzione sul dominio  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$  utilizzando il principio del massimo.
4. Risolvere l'equazione del prim'ordine

$$y \frac{\partial u}{\partial x} - (x + 1) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

con la condizione iniziale  $u(x, 0) = 1$  per  $-\infty < x < \infty$ . Individuare anche il dominio di definizione della soluzione.