Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile
Anno Accademico 2010/2011
Fisica Matematica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 15 gennaio 2011

1. Determinare il valore di S_0 per il quale l'equazione del calore con sorgente
$$\frac{\partial u}{\partial t} - K\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = S_0\,\frac{x}{L}$$
con le condizioni al contorno
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \alpha$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(L,t) = \beta$$
ammette soluzione stazionaria.

2. Determinare la soluzione completa dell'equazione del calore dell'esercizio precedente, utilizzando però le condizioni di Dirichlet omogenee, e la condizione iniziale
$$u(x,0) = \frac{S_0}{6}\,x\,\left(\frac{x^2}{L} - L\right).$$

3. Per quali valori di a, b, c e d la funzione $f(x,y) = ax^2 + by^2 + cx + dy$ è soluzione dell'equazione di Laplace? Posto $a = c = d = 1$, e scelto b in modo che f sia soluzione dell'equazione di Laplace, determinare il massimo della funzione sul dominio $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$ utilizzando il principio del massimo.

4. Risolvere l'equazione del prim'ordine
$$y\,\frac{\partial u}{\partial x} - x\,\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$
con la condizione iniziale $u(x,x) = \sin x$ per $x \geq 0$. Individuare anche il dominio di definizione della soluzione.