

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile**  
**Anno Accademico 2009/2010**  
**Fisica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 23 ottobre 2010

1. (7 punti) Dimostrare che, se  $\gamma$  è una curva caratteristica per un'equazione quasilineare del prim'ordine, allora essa giace interamente su una superficie integrale.
2. (9 punti) Determinare la soluzione dell'equazione delle onde nel dominio  $-\infty < x < \infty$  con le condizioni iniziali

$$u(x, 0) = \begin{cases} U_0(1 - |x|/a), & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \begin{cases} -1, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

3. (9 punti) Determinare la soluzione dell'equazione del calore con termine di sorgente,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + S(x)$$

nel dominio  $0 \leq x \leq L$ , dove

$$S(x) = \begin{cases} S_0 x, & 0 \leq x \leq L/3 \\ a(x - L/2)^2, & L/3 \leq x \leq 2L/3 \\ -b(x - L), & 2L/3 \leq x \leq L \end{cases}$$

con le condizioni al contorno  $u(0, t) = u(L, t) = 0$ . Le costanti  $a$  e  $b$  vanno determinate in modo che la funzione sorgente  $S(x)$  sia continua nell'intervallo  $[0, L]$ .

4. (7 punti) Classificare l'equazione differenziale

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

determinando le regioni del piano  $(x, y)$  dove essa è iperbolica, parabolica ed ellittica.