

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile**  
**Anno Accademico 2009/2010**  
**Fisica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 16 luglio 2010

1. (7 punti) Discutere l'esistenza ed unicità della soluzione dell'equazione di Laplace con condizioni al contorno di Neumann e di Dirichlet.
2. (9 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \cos x \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

con la condizione iniziale  $f(x, 0) = \cos x$ . Determinare anche le proiezioni caratteristiche e tracciarne il grafico.

3. (9 punti) Determinare la soluzione dell'equazione del calore con termine di sorgente,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + S(x)$$

nel dominio  $0 \leq x \leq L$ , dove

$$S(x) = S_0 \delta \left( x - \frac{L}{2} \right)$$

condizioni al contorno  $u(0, t) = u(L, t) = 0$ , di continuità della soluzione e della sua derivata in  $x = L/2$  e condizione iniziale  $u(x, 0) = f(x)$ .

4. (8 punti) Una corda di lunghezza infinita viene rilasciata a partire da un profilo iniziale  $u(x, 0) = h(x)$  rappresentato dalla funzione

$$h(x) = U_0 e^{-|x|/L}.$$

Determinare il profilo della corda per i tempi successivi.