

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2007/2008
Fisica Matematica

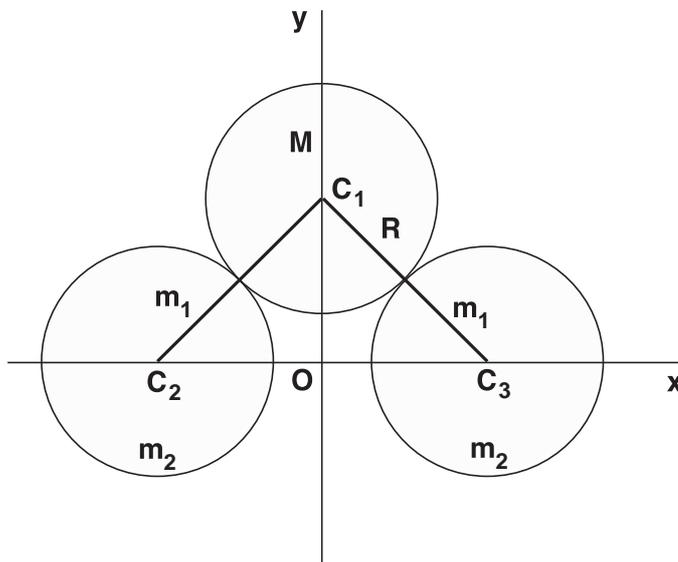
Nome:

N. matr.:

Ancona, 8 gennaio 2008

1. (10 punti)

- (i) Ricavare, esplicitando tutti i passaggi, l'espressione del momento angolare di un corpo rigido che ruota attorno ad un punto fisso, introducendo la matrice d'inerzia;
- (ii) si consideri il sistema rigido mostrato in figura, costituito da tre cerchi di raggio R , centri C_1 , C_2 e C_3 , con $\overline{OC_1} = \overline{OC_2} = \overline{OC_3}$, disposti come in figura nel piano $O(x, y)$, di masse rispettivamente M , m_2 ed m_2 e dalle due aste C_1C_2 e C_1C_3 , di ugual massa m_1 ; determinare se, in base alle simmetrie materiali, il sistema di riferimento $O(x, y, z)$, con l'asse z ortogonale al piano della figura, è una terna principale d'inerzia e calcolare la matrice d'inerzia in tale sistema, facendo uso il più possibile del teorema di Huygens. *Lo studente può usare i risultati ottenuti a lezione per i momenti d'inerzia notevoli del cerchio e dell'asta.*



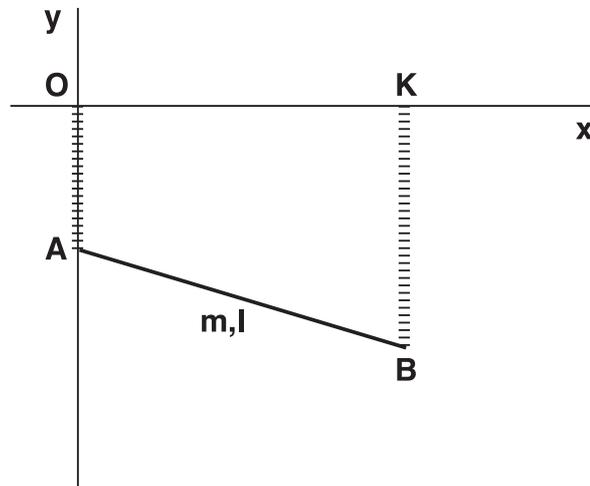
2. (5 punti)

- (i) Dare la definizione di campo di forze;
- (ii) dire quando un campo è conservativo;
- (iii) discutere la relazione tra conservatività ed irrotazionalità (senza dimostrazioni);
- (iv) è dato il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{y}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{j}};$$

dire se è irrotazionale e se è conservativo, giustificando la risposta.

3. (7 punti) Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$, libera di ruotare attorno all'estremo A , a sua volta vincolato a scorrere senza attrito sull'asse y (vedi figura). Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano gli estremi A e B rispettivamente con l'origine O e con il punto K , proiezione dell'estremo B sull'asse x .



- (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
- (ii) determinare le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari all'equilibrio usando le equazioni cardinali della statica;
- (v) scrivere le equazioni del moto, eliminando le reazioni vincolari, usando le equazioni cardinali della dinamica.
4. (8 punti) Determinare base e rulletta di un'asta AB che si muove di moto piano, con l'estremo A vincolato a scorrere senza attrito su una guida rettilinea, rimanendo appoggiata allo spigolo K di un blocco rettangolare fisso $OKLM$ avente il lato OM sulla guida (vedi figura).

