

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2007/2008**  
**Fisica Matematica**

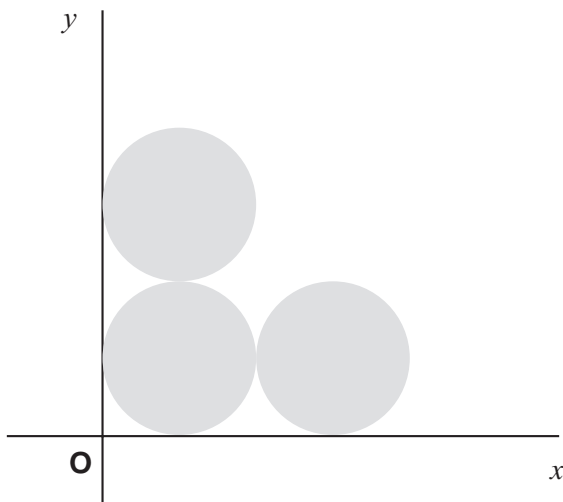
Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 25 giugno 2008

1. (10 punti)

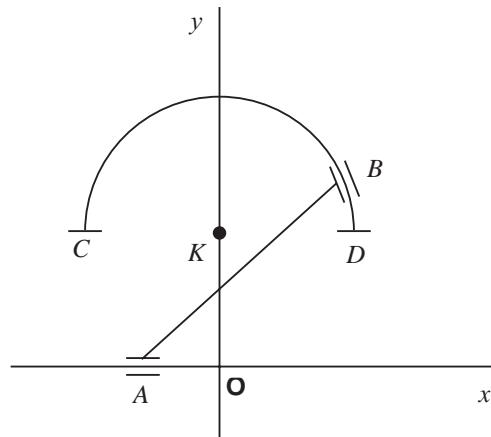
- (i) Calcolare il momento d'inerzia di un cerchio omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  rispetto ad una retta diametrale.
- (ii) Facendo uso del risultato del punto (i), delle simmetrie materiali e del teorema di Huygens soltanto, determinare la matrice d'inerzia della lamina omogenea di massa  $m$  mostrata in figura, costituita da tre cerchi uguali di raggio  $R$ , rispetto al sistema cartesiano solidale  $O(x, y, z)$  indicato in figura, con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della lamina.
- (iii) Determinare i momenti principali d'inerzia e le direzioni principali d'inerzia per via algebrica, verificando che queste ultime siano consistenti con le direzioni principali ottenute sulla base delle simmetrie materiali.



2. (6 punti) Dimostrare il teorema di König per l'energia cinetica di un sistema di punti materiali.

3. (8 punti) Si consideri l'asta  $AB$  mostrata in figura, avente gli estremi  $A$  e  $B$  vincolati a muoversi rispettivamente sulla semicirconferenza  $CD$  di centro il punto  $K = (0, R)$  e raggio  $R$ , e sull'asse  $x$ .

- (i) Determinare il numero dei gradi di libertà del sistema e, dopo aver introdotto un sistema di riferimento solidale, esprimere la velocità angolare  $\omega$  in funzione delle velocità generalizzate.
- (ii) Determinare graficamente il centro istantaneo di rotazione.



4. (6 punti)

- (i) Fornire la definizione di campo di forze;
- (ii) dire quando un campo di forze è conservativo;
- (iii) dimostrare che un campo conservativo è sempre irrotazionale;
- (iv) enunciare le condizioni sotto le quali irrotazionalità e conservatività sono equivalenti.