

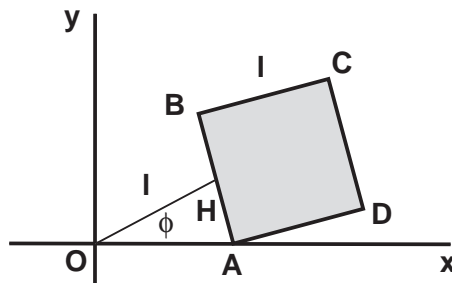
**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2006/2007**  
**Fisica Matematica (A/L)**

Nome:.....

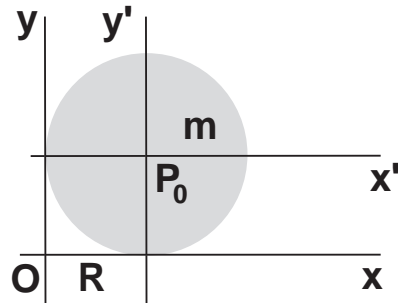
N. matr.:.....

Ancona, 23 giugno 2007

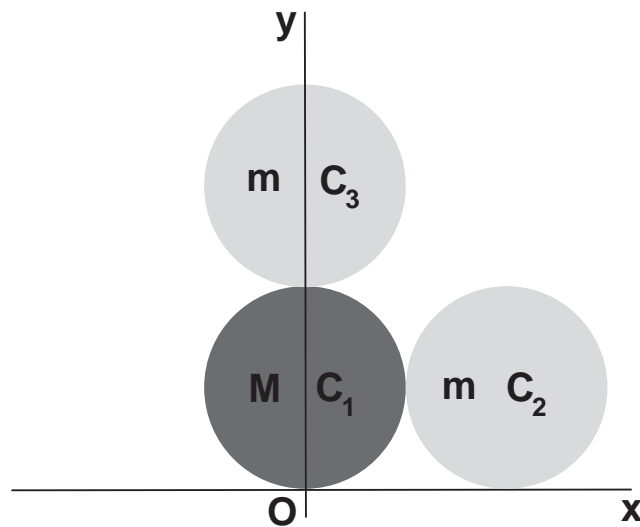
1. Un corpo rigido si muove nello spazio con un punto fisso  $O$ .
  - (i) Determinare il numero dei gradi di libertà;
  - (ii) scrivere e dimostrare l'espressione del momento angolare rispetto ad  $O$ , introducendo la matrice d'inerzia;
  - (iii) supponendo che anche un secondo punto,  $O_1$ , sia fisso, scrivere l'espressione del momento angolare e dell'energia cinetica ed individuare l'asse di Mozzi.
  
2. Un sistema costituito da un'asta  $OH$  di lunghezza  $l$  e da un quadrato  $ABCD$  di lato  $l$  è mobile nel piano  $O(x, y)$ . L'estremo  $O$  dell'asta è fisso, il punto medio del lato  $AB$  è incernierato in  $H$  ed il vertice  $A$  del quadrato è vincolato a scorrere sull'asse  $x$ . Si chiede di:
  - (i) Determinare il centro di istantanea rotazione del quadrato;
  - (ii) scrivere le equazioni della base e della rulletta e disegnarne il grafico.



3. (i) Dimostrare il teorema di Huygens per il momento d'inerzia di un sistema rigido rispetto ad una retta;
- (ii) Calcolare la matrice d'inerzia di un disco omogeneo, di raggio  $R$  e massa  $m$ , rispetto al sistema di riferimento baricentrale  $P_0(x', y', z')$  mostrato in figura; utilizzando il teorema di Huygens, calcolare quindi la matrice d'inerzia rispetto al sistema  $O(x, y, z)$ , pure indicato in figura. Riportare esplicitamente tutti i calcoli.



4. Un corpo rigido è costituito da tre dischi pieni omogenei, di centri  $C_1 = (0, R)$ ,  $C_2 = (2R, R)$  e  $C_3 = (0, 3R)$ , masse  $M$  ed  $m$ , ed ugual raggio  $R$ , come in figura.



- (i) Utilizzando soltanto i risultati del punto precedente ed il teorema di Huygens, determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento solidale  $O(x, y, z)$  indicato in figura (con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della figura);
- (ii) è il sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  una terna principale d'inerzia?
- (iii) come si potrebbe aggiungere un terzo elemento al corpo rigido dato, in modo che il sistema solidale  $O(x, y, z)$  indicato in figura sia principale d'inerzia?