

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2006/2007
Fisica Matematica (A/L)

Nome:.....

N. matr.:.....

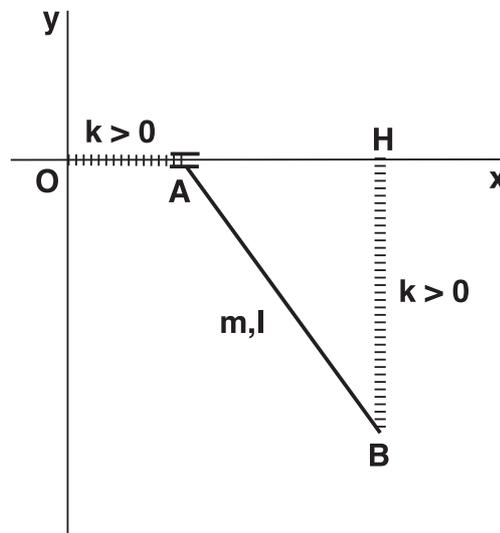
Ancona, 20 luglio 2007

1. È dato il campo di forze

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{x} \hat{\mathbf{j}}.$$

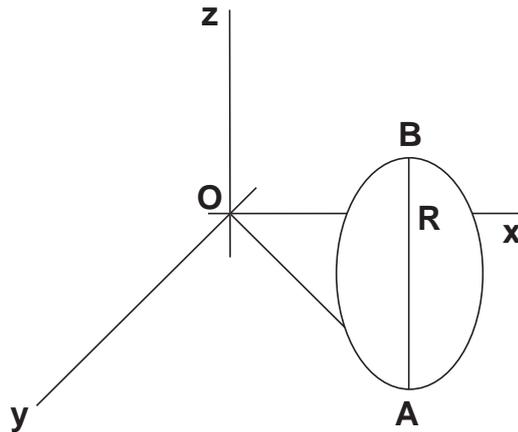
Si chiede di:

- (i) Calcolarne il rotore;
 - (ii) calcolarne la circuitazione sulla circonferenza di centro l'origine e raggio unitario sul piano (x, y) ;
 - (iii) discutere la conservatività o meno del campo, sulla base dei risultati dei due punti precedenti e la natura del dominio.
2. Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$. L'estremo A scorre senza attrito sull'asse x , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad A . Oltre alla forza peso, sull'asta agiscono due molle di ugual costante elastica $k > 0$ che collegano l'origine O con l'estremo A dell'asta e l'estremo B con la sua proiezione H sull'asse x (vedi figura).

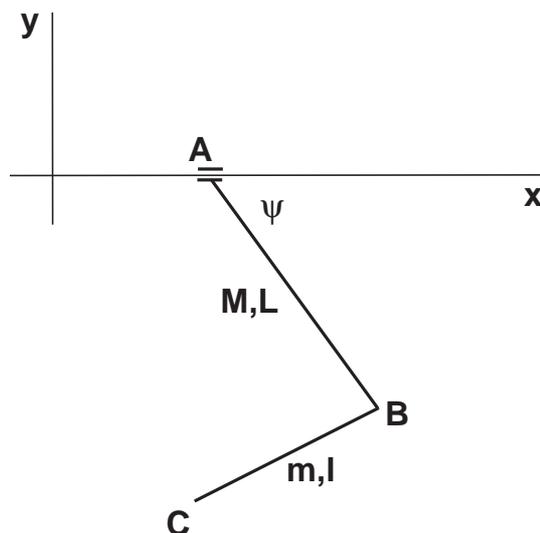


- (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate Lagrangiane;
- (ii) scrivere le equazioni del moto ed esplicitare le reazioni vincolari utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.

3. (i) Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per la derivata temporale dei versori di un sistema solidale.
- (ii) Un cerchio di raggio R si muove in un sistema di riferimento fisso nello spazio $O(x, y, z)$; il cerchio ruota attorno al suo diametro AB che a sua volta rimane sempre ortogonale al piano (x, y) , con l'estremo A vincolato a muoversi sulla circonferenza di centro O e raggio R del piano (x, y) . Dopo aver determinato il numero dei gradi di libertà ed introdotto le coordinate lagrangiane ed un opportuno sistema di riferimento solidale, calcolare le componenti della velocità angolare nei due sistemi di riferimento in funzione delle coordinate lagrangiane scelte e delle velocità (generalizzate).



4. Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee AB e BC , incerniate in B , rispettivamente di massa M ed m e lunghezza L ed l , vincolate a muoversi in modo tale che l'estremo A dell'asta AB scorra senza attrito lungo l'asse x , l'angolo ψ dell'asta AB con l'asse x sia fisso e l'asta BC sia libera di ruotare attorno al suo estremo B .



- (i) Determinare il numero di gradi di libertà ed introdurre le coordinate lagrangiane;
- (ii) scrivere l'energia cinetica del sistema in funzione delle coordinate lagrangiane scelte e delle velocità generalizzate.