

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2006/2007
Fisica Matematica (A/L)

Nome:.....

N. matr.:.....

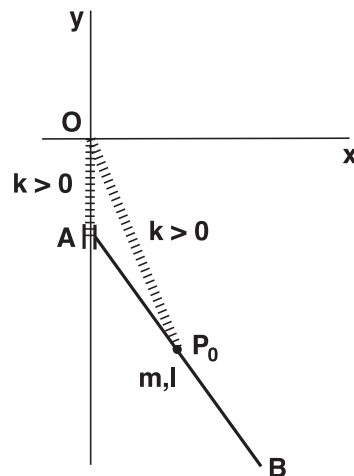
Ancona, 20 luglio 2007

1. È dato il campo di forze

$$\mathbf{F}(x, y, z) = -\frac{y}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{x}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{j}}.$$

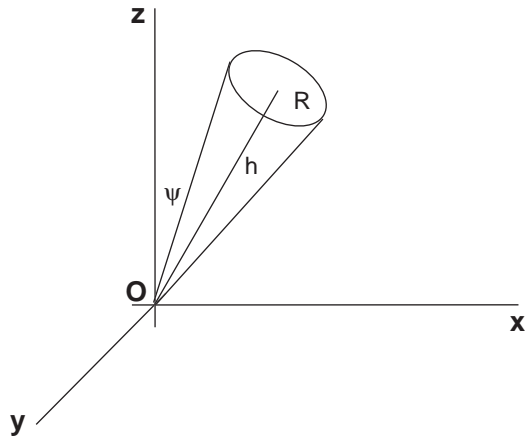
Si chiede di:

- (i) Calcolarne il rotore;
 - (ii) calcolarne la circuitazione sulla circonferenza di centro l'origine e raggio unitario sul piano (x, y) ;
 - (iii) discutere la conservatività o meno del campo, sulla base dei risultati dei due punti precedenti e la natura del dominio.
2. Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$. L'estremo A scorre senza attrito sull'asse y , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad A . Oltre alla forza peso, sull'asta agiscono due molle di ugual costante elastica $k > 0$ che collegano l'origine O con l'estremo A dell'asta e con il suo centro di massa P_0 (vedi figura).

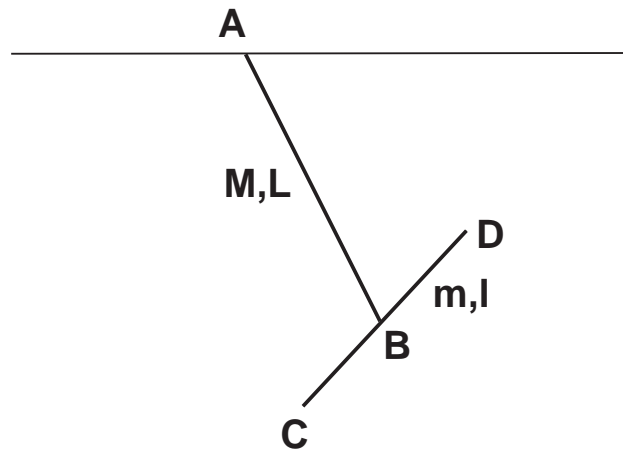


- (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate Lagrangiane;
 - (ii) scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.
3. (i) Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per la derivata temporale dei versori di un sistema solidale.

- (ii) Un cono di altezza h , raggio di base R e vertice nell'origine O di un sistema di riferimento fisso nello spazio $O(x, y, z)$, ruota attorno al proprio asse di simmetria che a sua volta è libero di ruotare attorno all'asse z , mantenendo però fisso l'angolo ψ con l'asse z stesso. Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà ed introdotto le coordinate lagrangiane ed un opportuno sistema di riferimento solidale, calcolare le componenti della velocità angolare nei due sistemi di riferimento in funzione delle coordinate lagrangiane scelte e delle velocità (generalizzate).



4. Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee AB e CD , rispettivamente di massa M ed m e lunghezza L ed l , vincolate a muoversi in modo tale che l'asta AB sia libera di ruotare attorno all'estremo A che è fisso, il punto medio dell'asta CD coincida con l'estremo B dell'asta AB e l'asta CD sia libera di ruotare attorno al suo punto medio.



- (i) Determinare il numero di gradi di libertà ed introdurre le coordinate lagrangiane;
(ii) scrivere l'energia cinetica del sistema in funzione delle coordinate lagrangiane scelte e delle velocità generalizzate.