

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2006/2007**  
**Fisica Matematica**

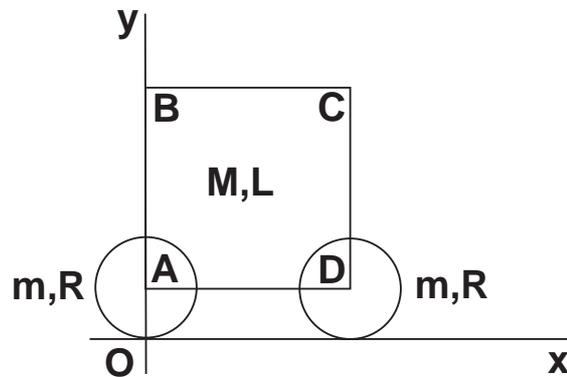
Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 19 maggio 2007

1. Un sistema rigido piano (un carrellino) è costituito una lamina quadrata omogenea  $ABCD$ , di massa  $M$  e lato  $L$  e da due dischi omogenei di raggio  $R$  e massa  $m$  e centri i vertici  $A$  e  $D$  della lamina. Si chiede di:

- (i) considerando il carrellino come un singolo corpo rigido (cioè a ruote bloccate), calcolare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  mostrato in figura, sfruttando il più possibile il teorema di Huygens;
- (ii) determinare due piani di simmetria materiale ed una qualunque terna principale d'inerzia (con qualsivoglia origine);
- (iii) supponendo ora che il carrellino si muova lungo l'asse  $x$  in modo che la lamina abbia velocità costante  $\mathbf{v} = v \hat{\mathbf{i}}$  e che le ruote rotolino senza strisciare sull'asse  $x$ , si determini la velocità angolare di rotazione delle ruote e l'energia cinetica totale del sistema.



2. (i) Dire quando la funzione vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z) \hat{\mathbf{i}} + F_y(x, y, z) \hat{\mathbf{j}} + F_z(x, y, z) \hat{\mathbf{k}}$  costituisce un campo di forze;
- (ii) dire quando un campo di forze è conservativo;
- (iii) dire quando un campo di forze è irrotazionale;
- (iv) trattare la relazione tra campi conservativi e campi irrotazionali, dimostrando una parte dell'implicazione;
- (v) stabilire la conservatività (o meno) del campo di forze

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{x-y} \hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{x-y} \hat{\mathbf{j}} + z \hat{\mathbf{k}}.$$

3. (i) Ricavare le equazioni cardinali della dinamica per un sistema generico di punti materiali.
- (ii) Un'asta materiale pesante  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . L'estremo  $A$  scorre senza attrito sull'asse  $x$ , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad  $A$ . Oltre alla forza peso, sull'asta agisce una molla di costante elastica  $k > 0$  che collega l'estremo  $A$  dell'asta con l'origine  $O$ . Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto opportunamente le coordinate lagrangiane, scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.

