

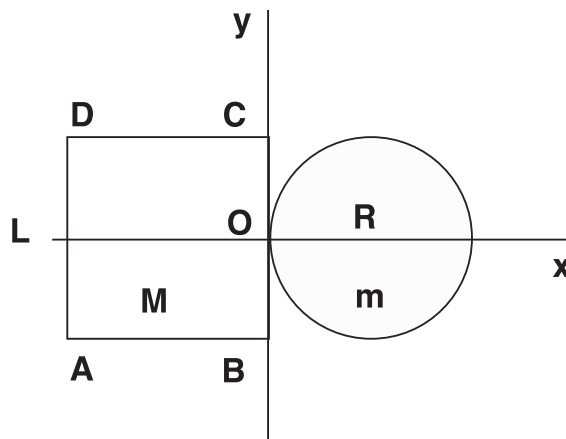
**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2007/2008**  
**Fisica Matematica**

Nome:.....

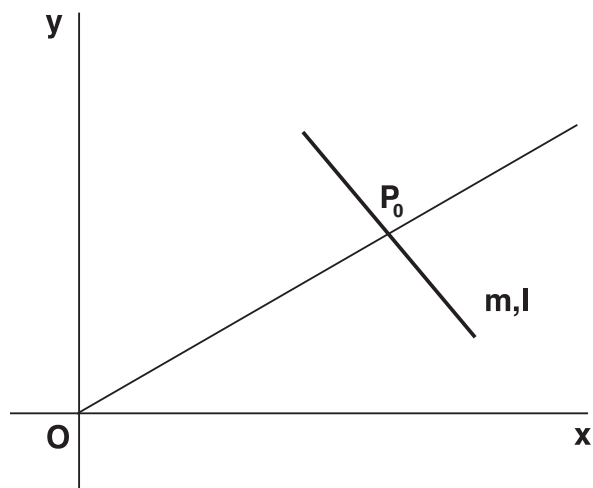
N. matr.:.....

Ancona, 18 dicembre 2007

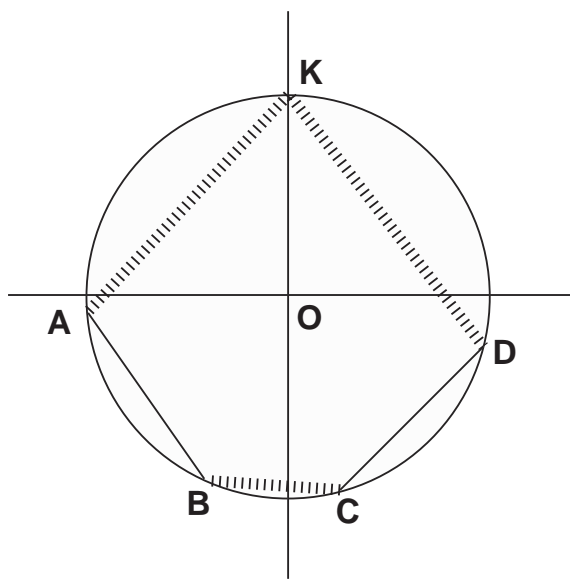
1. (i) Dare la definizione di piano di simmetria materiale per un sistema rigido;  
(ii) dimostrare che una retta perpendicolare ad un piano di simmetria materiale è asse principale d'inerzia;  
(iii) calcolare la matrice d'inerzia del corpo rigido in figura, costituito da un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  e massa  $M$  e da un disco di raggio  $R = L/2$  e massa  $m$ , saldato per un punto del bordo al punto medio  $O$  del lato  $BC$  del quadrato, nel sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  indicato, con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della figura;  
(iv) scrivere l'energia cinetica del sistema se esso ruota con velocità angolare  $\omega$  attorno alla retta contenente il lato  $AD$  del quadrato.



2. (i) Enunciare e dimostrare il secondo teorema di König per l'energia cinetica di un sistema di punti materiali;  
(ii) scrivere l'energia cinetica di un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l$ , che si muove nel piano  $O(x, y)$ , libera di ruotare attorno al suo centro di massa  $P_0$  che è a sua volta vincolato a scorrere senza attrito su una semiretta di centro l'origine e che ruota con velocità angolare costante  $\omega$ .



3. Due aste  $AB$  e  $CD$  di massa  $m$  e lunghezza  $R$  si muovono nel piano orizzontale  $O(x, y)$  con gli estremi vincolati a scorrere senza attrito sulla circonferenza di centro l'origine e raggio  $R$  (vedi figura). Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano gli estremi  $A$  e  $D$  con il punto  $K(0, R)$  della circonferenza, ed una terza molla, pure di costante elastica  $k > 0$ , collega gli estremi  $B$  e  $C$  fra loro. Determinare le configurazioni di equilibrio e calcolare le reazioni vincolari, usando le equazioni cardinali della statica, secondo lo schema seguente:



- (i) Individuare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
- (ii) esplicitare rigorosamente la geometria del problema, scrivendo le espressioni di tutti i vettori rilevanti in termini delle coordinate lagrangiane scelte;
- (iii) esplicitare rigorosamente le reazioni vincolari in termini delle coordinate lagrangiane scelte;
- (iv) scrivere le equazioni cardinali della statica per il sistema, arrivando al sistema algebrico contenente un numero di equazioni pari al numero di incognite del problema;
- (v) risolvere il sistema algebrico ottenuto, determinando così le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari.