

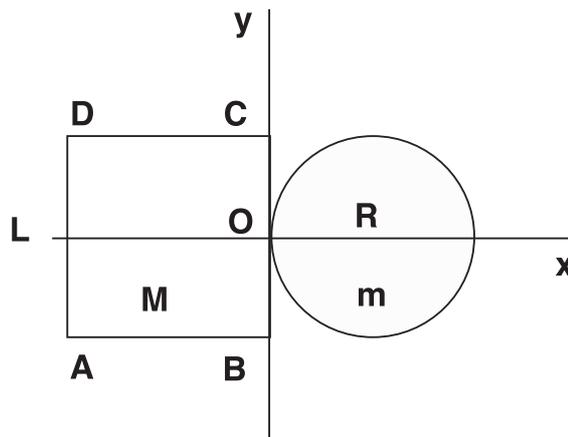
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2007/2008
Fisica Matematica

Nome:.....

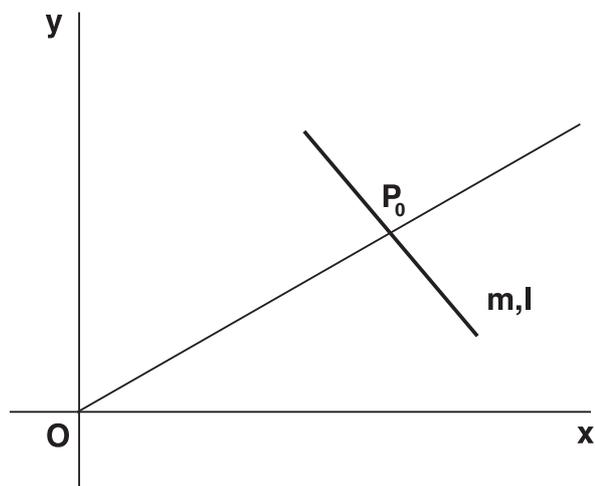
N. matr.:.....

Ancona, 18 dicembre 2007

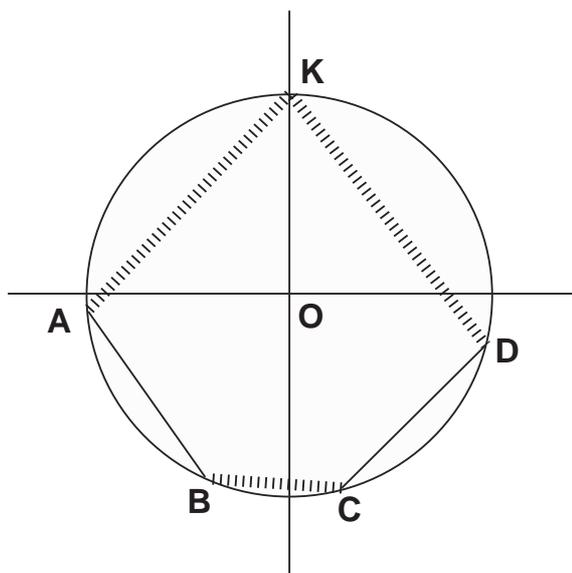
1. (i) Dare la definizione di piano di simmetria materiale per un sistema rigido;
(ii) dimostrare che una retta perpendicolare ad un piano di simmetria materiale è asse principale d'inerzia;
(iii) calcolare la matrice d'inerzia del corpo rigido in figura, costituito da un quadrato $ABCD$ di lato L e massa M e da un disco di raggio $R = L/2$ e massa m , saldato per un punto del bordo al punto medio O del lato BC del quadrato, nel sistema di riferimento $O(x, y, z)$ indicato, con l'asse z perpendicolare al piano della figura;
(iv) scrivere l'energia cinetica del sistema se esso ruota con velocità angolare ω attorno alla retta contenente il lato AD del quadrato.



2. (i) Enunciare e dimostrare il secondo teorema di König per l'energia cinetica di un sistema di punti materiali;
(ii) scrivere l'energia cinetica di un'asta omogenea di massa m e lunghezza l , che si muove nel piano $O(x, y)$, libera di ruotare attorno al suo centro di massa P_0 che è a sua volta vincolato a scorrere senza attrito su una semiretta di centro l'origine e che ruota con velocità angolare costante ω .



3. Due aste AB e CD di massa m e lunghezza R si muovono nel piano orizzontale $O(x, y)$ con gli estremi vincolati a scorrere senza attrito sulla circonferenza di centro l'origine e raggio R (vedi figura). Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano gli estremi A e D con il punto $K(0, R)$ della circonferenza, ed una terza molla, pure di costante elastica $k > 0$, collega gli estremi B e C fra loro. Determinare le configurazioni di equilibrio e calcolare le reazioni vincolari, usando le equazioni cardinali della statica, secondo lo schema seguente:



- (i) Individuare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
- (ii) esplicitare rigorosamente la geometria del problema, scrivendo le espressioni di tutti i vettori rilevanti in termini delle coordinate lagrangiane scelte;
- (iii) esplicitare rigorosamente le reazioni vincolari in termini delle coordinate lagrangiane scelte;
- (iv) scrivere le equazioni cardinali della statica per il sistema, arrivando al sistema algebrico contenente un numero di equazioni pari al numero di incognite del problema;
- (v) risolvere il sistema algebrico ottenuto, determinando così le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari.