

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2006/2007**  
**Fisica Matematica**

Nome:.....

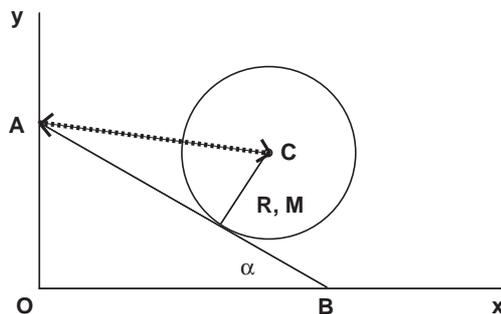
N. matr.:.....

Ancona, 15 gennaio 2007

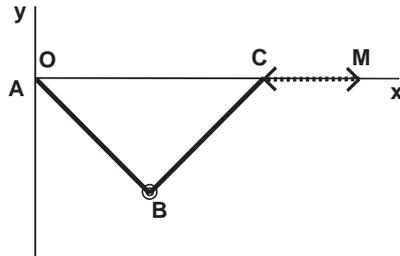
1. Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  si muove nel piano orizzontale  $O(x, y)$ , sottoposto ad una forza conservativa derivata dal potenziale

$$U(x, y) = - \left\{ x^3 + y^2 + \frac{(x-1)^2 + (y-1)^2}{4} + y(x+1) \right\}.$$

- (i) Scrivere le equazioni del moto;
- (ii) Enunciare il criterio di Dirichlet per la stabilità di una configurazione di equilibrio e giustificarlo per un sistema ad un grado di libertà. Usando tale criterio, calcolare tutte le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.
2. Un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare su un piano inclinato che forma un'angolo  $\alpha$  con l'orizzontale. Il centro  $C$  del disco è collegato ad un punto  $A$  del piano inclinato da una molla di costante elastica  $k > 0$ . Il moto del disco avviene su un piano verticale, sul quale introduciamo un sistema di riferimento  $O(x, y)$  come in figura. Utilizzando le equazioni cardinali della statica, determinare tutte le configurazioni di equilibrio e calcolare le reazioni vincolari in tali configurazioni.



3. Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per la derivata temporale dei versori di un sistema ortogonale.
4. Due aste materiali pesanti  $AB$  e  $BC$  di ugual massa  $m$  e lunghezza  $l$ , aventi l'estremo  $B$  in comune, si muovono nel piano verticale  $O(x, y)$ . L'estremo  $A$  è fisso e coincide con l'origine, mentre l'estremo  $C$  scorre senza attrito sull'asse  $x$  ed inoltre le due aste sono libere di ruotare attorno all'estremo comune  $B$ . Una molla di costante elastica  $k > 0$  collega  $C$  con un punto fisso  $M$  dell'asse  $x$ , posto a distanza  $2l$  dall'origine. Scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.



*Attenzione: i calcoli da espletare sono piuttosto lunghi; è sufficiente, ai fini della risoluzione dell'esercizio, impostare correttamente il sistema di equazioni, indicando con precisione quali sono le sostituzioni da fare e le variabili da eliminare per ottenere le equazioni del moto.*