

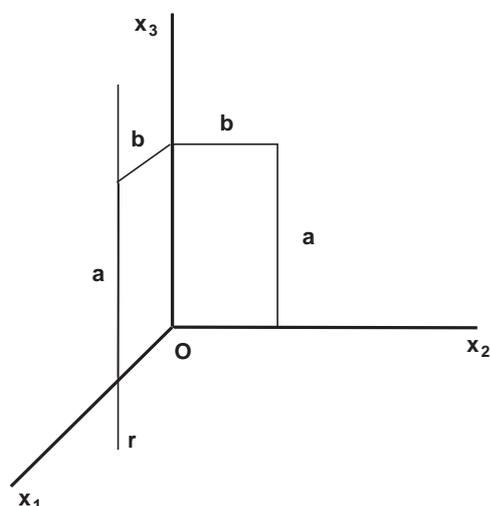
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2006/2007
Fisica Matematica

Nome:.....

N. matr.:.....

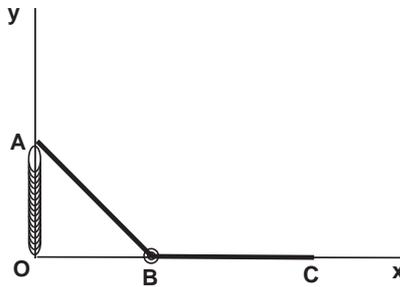
Ancona, 11 dicembre 2006

1. Discutere il numero di gradi di libertà di un sistema di punti materiali sottoposti al vincolo di rigidità.
2. Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens per il momento d'inerzia di un sistema rigido discreto rispetto ad un asse. In seguito:



- (i) Calcolare il momento d'inerzia di una lamina piana rettangolare di massa m e lati a e b , con $a > b$, rispetto alla retta su cui giace il lato più lungo;
- (ii) utilizzando soltanto il risultato del punto precedente ed il teorema di Huygens, calcolare l'elemento I_{33} della matrice d'inerzia del sistema rigido in figura, costituito da due lamine rettangolari uguali, di massa m , e lati a e b , saldate ad angolo retto lungo il lato di lunghezza a . Calcolare inoltre i momento d'inerzia I_0 rispetto alla retta parallela all'asse x_3 e passante per il centro di massa ed il momento d'inerzia I_r rispetto alla retta r , parallela all'asse x_3 ed indicata in figura.

3. Un sistema rigido si muove nel piano verticale $O(x, y)$ ed è costituito da due aste AB e BC di ugual lunghezza l ed ugual massa m , incerniate nell'estremo comune B . Gli estremi B e C dell'asta BC sono vincolati a scorrere sull'asse x , mentre l'asta AB ha l'estremo A vincolato a scorrere sull'asse y . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo A con l'origine O . Si chiede di:



- (i) determinare le configurazioni di equilibrio utilizzando le equazioni cardinali della statica;
- (ii) calcolare le reazioni vincolari interne ed esterne nelle configurazioni di equilibrio.

Commento: si rappresentino le reazioni vincolari esterne sull'asta BC con due vettori uguali applicati agli estremi dell'asta.

4. Scrivere le equazioni di Newton per un punto materiale di massa m che si muove su un piano dove agisce una forza conservativa derivante dal potenziale

$$V(r, \varphi) = V_0 \frac{r^2}{a^2} e^{-r^2/a^2} \cos \varphi,$$

dove r e φ sono le coordinate polari piane, mentre a e V_0 sono numeri reali positivi. Dalle equazioni del moto, verificare se sono possibili moti radiali e moti circolari.