

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2022/2023
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Fermo, 14 luglio 2023

1. (3 punti) È dato il numero complesso

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}.$$

Determinare modulo e argomento di z , $-z^2$, z^3 , z^4 .

2. (5 punti) Discutere il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 3 & 7 & 3 \\ 7 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. (5 punti) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}.$$

4. (6 punti) Trovare l'equazione del piano passante per il punto $P_0 = (-1, 2, -3)$ e parallelo alle rette di parametri direttori $l = 1$, $m = 2$, $n = 3$ e perpendicolare al piano di equazione $z = 1$.

5. (5 punti) Verificare che i vettori

$$\mathbf{u} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 3\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$$

formano una base per lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 mentre i vettori

$$\mathbf{u} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = \hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}}$$

non lo sono.

6. (6 punti) È data l'applicazione lineare $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\phi(x, y) = \{x - y, x + y, 2x + y\}$$

assieme alle basi $\mathcal{B} = \{(1, 1), (-1, 1)\}$ e $\mathcal{B}' = \{(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$. Determinare la matrice associata all'applicazione nelle basi date.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2022/2023
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Fermo, 14 luglio 2023

1. (3 punti) È dato il numero complesso

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}.$$

Determinare modulo e argomento di z , z^2 , z^3 , $-z^4$.

2. (5 punti) Discutere il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 6 \\ 6 & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. (5 punti) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori

$$\mathbf{u} = 3\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}}.$$

4. (6 punti) Trovare l'equazione del piano passante per il punto $P_0 = (1, -2, 3)$ e parallelo alle rette di parametri direttori $l = 1$, $m = 2$, $n = 3$ e perpendicolare al piano di equazione $z = 2$.

5. (5 punti) Verificare che i vettori

$$\mathbf{u} = -2\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = 4\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 3\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$$

formano una base per lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 mentre i vettori

$$\mathbf{u} = -2\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = 4\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 2\hat{\mathbf{i}} - 5\hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$$

non lo sono.

6. (6 punti) È data l'applicazione lineare $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\phi(x, y) = \{x + y, x - y, x + 2y\}$$

assieme alle basi $\mathcal{B} = \{(-1, -1), (1, -1)\}$ e $\mathcal{B}' = \{(0, -1, 1), (1, 0, -1), (-1, 1, 0)\}$.
Determinare la matrice associata all'applicazione nelle basi date.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2022/2023
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Fermo, 14 luglio 2023

1. (3 punti) È dato il numero complesso

$$z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}.$$

Determinare modulo e argomento di z , $-z^2$, z^3 , z^4 .

2. (5 punti) Discutere il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & \alpha \end{pmatrix}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. (5 punti) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori

$$\mathbf{u} = -5\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = 4\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}.$$

4. (6 punti) Trovare l'equazione del piano passante per il punto $P_0 = (1, -2, -3)$ e parallelo alle rette di parametri direttori $l = -1$, $m = -2$, $n = 3$ e perpendicolare al piano di equazione $x = 1$.

5. (5 punti) Verificare che i vettori

$$\mathbf{u} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 3\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$$

formano una base per lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 mentre i vettori

$$\mathbf{u} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 5\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}}$$

non lo sono.

6. (6 punti) È data l'applicazione lineare $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\phi(x, y) = \{2x - y, x + y, x - 3y\}$$

assieme alle basi $\mathcal{B} = \{(2, 1), (-1, 2)\}$ e $\mathcal{B}' = \{(0, 2, 1), (1, 0, 2), (-2, 1, 0)\}$. Determinare la matrice associata all'applicazione nelle basi date.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2022/2023
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Fermo, 14 luglio 2023

1. (3 punti) È dato il numero complesso

$$z = \frac{1 - i}{\sqrt{2}}.$$

Determinare modulo e argomento di z , z^2 , z^3 , $-z^4$.

2. (5 punti) Discutere il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 9 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. (5 punti) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori

$$\mathbf{u} = 4\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}}$$

4. (6 punti) Trovare l'equazione del piano passante per il punto $P_0 = (-1, -2, -3)$ e parallelo alle rette di parametri direttori $l = 1$, $m = -2$, $n = -3$ e perpendicolare al piano di equazione $x = 2$.

5. (5 punti) Verificare che i vettori

$$\mathbf{u} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = -5\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = 3\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}$$

formano una base per lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 mentre i vettori

$$\mathbf{u} = 4\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{v} = -5\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}; \quad \mathbf{w} = -\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$$

non lo sono.

6. (6 punti) È data l'applicazione lineare $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\phi(x, y) = \{x + 2y, x - y, 3x + y\}$$

assieme alle basi $\mathcal{B} = \{(-2, 1), (-1, -2)\}$ e $\mathcal{B}' = \{(0, -2, 1), (1, 0, -2), (2, 1, 0)\}$.
Determinare la matrice associata all'applicazione nelle basi date.