

**Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Calcolo Numerico**

Nome .....

N. Matricola .....

Fermo, 17 giugno 2014

1. Risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 10x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -2 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -1 \end{cases}$$

l'eliminazione di Gauss (eventualmente con pivoting o scambio di righe), esplicitando i risultati intermedi.

2. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione  $f : [0, 3\pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin x, & \text{se } 0 \leq x < \pi/2 \\ f(x) &= \cos x, & \text{se } \pi/2 \leq x \leq 3\pi/2 \end{aligned}$$

nell'intervallo  $[0, \pi]$  usando il metodo di Simpson con 11 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

3. Sono date le funzioni  $f(x) = \cosh x$  e  $g(x) = 2 - x$ .

- Quante intersezioni hanno in  $\mathbb{R}$ ?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- calcolare quindi tutte le intersezioni utilizzando il metodo di Newton-Raphson con tolleranza  $10^{-4}$ .

**Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Calcolo Numerico**

Nome .....

N. Matricola .....

Fermo, 17 giugno 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned}f'(t) &= f(t) \cos t \\f(0) &= 1,\end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
- (ii) determinarne la soluzione numerica per  $0 \leq t \leq 2\pi$  con una tolleranza di  $10^{-3}$  sull'errore massimo rispetto alla soluzione esatta utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine.

2. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$  dove

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

con  $\mathbf{b} = (1, 20, -4, -3)$ .

- (i) Calcolare la soluzione esatta a mano o con l'eliminazione di Gauss.
- (ii) Determinarne la soluzione con una tolleranza di  $10^{-4}$  sulla norma infinito utilizzando i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel, indicando in ciascun caso il numero di iterazioni necessarie.

3. (7 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{aligned}y'' - 5y' + 6y &= -2 \cos x \\y(0) &= 0; \quad y'(0) = 1\end{aligned}$$