

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned}f'(t) &= -f(t) + \cos t \\f(0) &= 1,\end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
 - (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2\pi$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
 - (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.
2. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}f(x) &= e^{-x} \cos x, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\f(x) &= e^{1-x} \sin x, & \text{se } 1 \leq x \leq \pi\end{aligned}$$

nell'intervallo $[0, \pi]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

3. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	1	2	3	4	6
y:	-0.2	-0.15	1.5	1.6	1.8

usando le differenze divise.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned}f'(t) &= -f(t) + \sin t \\f(0) &= 0,\end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
- (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2\pi$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
- (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.

2. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}f(x) &= x \cos x, & \text{se } 0 \leq x < \pi/2 \\f(x) &= \sin x, & \text{se } \pi/2 \leq x < \pi\end{aligned}$$

nell'intervallo $[0, \pi]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

3. Sono date le funzioni $f(x) = \ln(1 + x)$ e $g(x) = \sin^2 x$.

- Quante intersezioni hanno nell'intervallo $[0, 3\pi/2]$?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- utilizzando il metodo di bisezione, calcolare l'intersezione con ascissa più grande con tolleranza 10^{-2} .

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. È dato il sistema lineare

$$\begin{cases} -\frac{1}{100}x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ 6x_1 + 4x_2 + 1x_3 = -1 \end{cases}$$

Risolverlo mediante l'eliminazione di Gauss con pivoting parziale, esplicitando i risultati intermedi

2. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned} f'(t) &= -t^2 f(t)^2 \\ f(0) &= 2, \end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
 - (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2i$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
 - (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.
3. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{-x}, & \text{se } & 0 \leq x < 1 \\ f(x) &= (x^2 - 1)/5, & \text{se } & 1 \leq x < 2 \end{aligned}$$

sull'intervallo $[0, 2]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned}f'(t) &= -t^3 f(t) \\ f(0) &= 1,\end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
 - (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2i$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
 - (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.
2. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 0 & 3 \\ -1 & -5 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

con $\mathbf{b} = (-1, 1, 2, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando l'eliminazione di Gauss.

3. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	1	2	3	5	7
y:	-0.2	-0.15	1.5	2	2.8

usando le differenze divise.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned}f'(t) &= -t \sqrt{f(t)} \\ f(0) &= 1,\end{aligned}$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
- (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
- (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.

2. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -3 + \varepsilon & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

con $\varepsilon = 10^{-9}$ e $\mathbf{b} = (1, 2, -1, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando il metodo diretto più appropriato.

3. Sono date le funzioni $f(x) = \ln(1 + x)$ e $g(x) = 2 \cos^2 x$.

- Quante intersezioni hanno in \mathbb{R} ?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- utilizzando il metodo di bisezione, calcolare l'intersezione con ascissa più piccola con tolleranza 10^{-2} .

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$f'(t) = -t^2 \sqrt{1 + f(t)}$$
$$f(0) = 1,$$

- (i) determinarne la soluzione analitica;
- (ii) determinarne la soluzione numerica per $0 \leq t \leq 2$ utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine con $n = 8$ (cioè 9 nodi nell'intervallo dato);
- (iii) calcolare il massimo dell'errore rispetto alla soluzione esatta.

2. Sono date le funzioni $f(x) = e^{-x^2}$ e $g(x) = \sin x$.

- Quante intersezioni hanno nell'intervallo $[-3\pi/2, 3\pi/2]$?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- Calcolare la radice più vicina ad $x = 0$ con una tolleranza di 10^{-2} con il metodo di Newton-Raphson.

3. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	0	2	4	6	9
y:	0.1	0.15	1.9	2.6	4.8

usando le differenze divise.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - x^2, & \text{se } & 0 \leq x \leq 1 \\ f(x) &= x e^{-x}, & \text{se } & -1 \leq x < 0 \end{aligned}$$

sull'intervallo $[-1, 1]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

2. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

e $\mathbf{b} = (1, 2, -1, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando il metodo diretto più appropriato.

3. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	-1	2	3	4	6
y:	-0.2	0.15	1.5	1.7	1.8

usando le differenze divise.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - x^2, & \text{se } & -1 \leq x \leq 0 \\ f(x) &= 4 - x^2, & \text{se } & 0 \leq x < 1 \end{aligned}$$

sull'intervallo $[-1, 1]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

2. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

con $\mathbf{b} = (1, 20, -4, -3)$. Calcolare la soluzione esatta con l'eliminazione di Gauss.

3. Sono date le funzioni $f(x) = e^{-x^2}$ e $g(x) = \sin^2 x$.

- Quante intersezioni hanno nell'intervallo $[0, 3\pi/2]$?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- Calcolare la radice più vicina ad $x = 0$ con una tolleranza di 10^{-2} con il metodo di bisezione.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. Calcolare analiticamente e numericamente la media della funzione $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x, & \text{se } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ f(x) &= x \sin x, & \text{se } \pi/2 \leq x < \pi \end{aligned}$$

sull'intervallo $[-1, 1]$ usando il metodo di Simpson ed il metodo dei trapezi con 21 punti **OPPORTUNAMENTE SCELTI** e confrontare il valore numerico con il valore esatto, calcolando l'errore.

2. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	-2	-1	3	4	6
y:	-0.4	-0.22	0	1.2	1.8

usando le differenze divise.

3. Sono date le funzioni $f(x) = e^{-x}$ e $g(x) = \cos x$.

- Quante intersezioni hanno nell'intervallo $[-\pi/2, 3\pi/2]$?
- Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
- Calcolare la radice più vicina ad $x = 0$ con una tolleranza di 10^{-2} con il metodo di Newton-Raphson.

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Anno Accademico 2013/2014
Calcolo Numerico

Nome

N. Matricola

Ancona, 1 aprile 2014

1. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

con $\mathbf{b} = (-1, 1, 2, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando l'eliminazione di Gauss con pivoting scalato.

2. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange per i dati

x:	0	1	3	4	5
y:	-1.2	2	2.5	2.6	3.8

usando le differenze divise.

3. Sono date le funzioni $f(x) = e^{-x}$ e $g(x) = \cos^2 x$.
- Quante intersezioni hanno nell'intervallo $[-\pi/2, \pi]$?
 - Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
 - Calcolare la radice più vicina ad $x = 0$ con una tolleranza di 10^{-2} con il metodo di bisezione.