Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2018/2019
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 9 luglio 2019

Svolgere i seguenti esercizi usando uno dei seguenti linguaggi di programmazione: Matlab (preferito), Octave, C. Lo studente deve scrivere l'algoritmo autonomamante e daccapo, senza far ricorso a programmi pre-esistenti o di libreria.

1. È dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned} y' &= -x^3\, y \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

   Determinare la soluzione esatta per $x \in \mathbb{R}$; risolvere quindi numericamente l'equazione utilizzando il metodo di Runge Kutta del quart'ordine nell'intervallo $x \in [0, 2]$ con un numero di punti sufficiente a raggiungere un'accuratezza di 10^{-5} in $x = 2$ (rispetto alla soluzione esatta). Riportare la soluzione esatta e la soluzione numerica sullo stesso grafico.

2. Risolvere il seguente sistema di equazioni usando il metodo iterativo di Jacobi e quello di Gauss-Seidel, con una tolleranza di 10^{-5} sulla norma infinito, riportando il numero di iterazioni usate da ciascuno dei metodi:

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 + x_3 - x_4 &= \ \ 1 \\ 3\,x_2 - 2\,x_3 + x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 - 4\,x_3 + 2\,x_4 &= \ \ 2 \\ -2\,x_1 - 3\,x_2 + 5\,x_4 &= -1 \end{cases}$$

3. È data la funzione

$$f(x) = x + 1 + \sin 2x$$

   Verificare che ammette almeno una soluzione nell'intervallo $x \in [-\pi/4, \pi/4]$; dimostrare, utilizzando i valori della funzione agli estremi e la derivata della funzione, che tale soluzione è unica e determinarla usando il metodo di Newton-Raphson con una tolleranza (in x) di 10^{-5}, usando come stima iniziale $x_0 = 0$. Determinare quindi l'intervallo in cui può essere scelto x_0 affinchè l'algoritmo converga.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2018/2019
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 9 luglio 2019

Svolgere i seguenti esercizi usando uno dei seguenti linguaggi di programmazione: Matlab (preferito), Octave, C. Lo studente deve scrivere l'algoritmo autonomamante e daccapo, senza far ricorso a programmi pre-esistenti o di libreria.

1. Risolvere il seguente sistema lineare usando il metodo di riduzione di Gauss:

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 + x_3 - x_4 & = & 1 \\ 3\,x_2 - 2\,x_3 + x_4 & = & -1 \\ x_1 + x_2 - 4\,x_3 + 2\,x_4 & = & 2 \\ -2\,x_1 - 3\,x_2 + 5\,x_4 & = & -1 \end{cases}$$

   riportando tutti i passaggi.

2. Scrivere il polinomio interpolatore di Lagrange con i dati

0	1.0
1/6	1.14
1/3	1.25
1/2	1.32
2/3	1.37
5/6	1.40
1	1.41
7/6	1.40
4/3	1.37
3/2	1.32
5/3	1.25
11/6	1.14
2	1.0

   e riportare tale polinomio in un grafico assieme ai punti assegnati.

3. È data la funzione

$$f(x) = x + 1 + \sin 2x$$

Verificare che ammette almeno una soluzione nell'intervallo $x \in [-\pi/4, \pi/4]$; dimostrare, utilizzando i valori della funzione agli estremi e la derivata della funzione, che tale soluzione è unica e determinarla usando il metodo di Newton-Raphson con una tolleranza (in x) di 10^{-5}, usando come stima iniziale $x_0 = 0$. Determinare quindi l'intervallo in cui può essere scelto x_0 affinchè l'algoritmo converga.