Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2011/2012
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 giugno 2012

Parte pratica

1. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -3+\varepsilon & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

   con $\varepsilon = 10^{-9}$ e $\mathbf{b} = (1, 2, -1, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando il metodo diretto più appropriato.

2. Risolvere numericamente il problema ai valori iniziali

$$\begin{aligned} & f'(t) = -t\, f(t) + \sin 4\, t \\ & f(0) = 0 \end{aligned}$$

   utilizzando il metodo di Eulero e quello di Runge Kutta del quart'ordine. Verificare la convergenza dei due metodi considerando $\Delta t = 0.4$, 0.1, 0.05 e 0.01 ed illustrando graficamente i vari casi.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2011/2012
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 giugno 2012

Parte pratica

1. È dato il sistema lineare di 4 equazioni in 4 incognite $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

   e $\mathbf{b} = (1, 2, -1, 0)$. Determinarne la soluzione utilizzando il metodo diretto più appropriato.

2. Calcolare numericamente la media della funzione

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x, \qquad \text{se} \qquad 0 \le x < \pi/2 \\ f(x) &= \sin x, \qquad \text{se} \qquad \pi/2 \le x < \pi \end{aligned}$$

   sull'intervallo $[0, \pi]$ con una tolleranza di 10^{-6} utilizzando la regola di Simpson con il minor numero possibile di nodi.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2011/2012
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 giugno 2012

Parte pratica

1. È dato il sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 10 & 5 & \alpha \\ 5 & 10 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

   e $\mathbf{b} = (6, 25, -11)$.

   - Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi, Gauss-Seidel ed SOR (con il valore teorico di ω) per $\alpha = 10$;
   - ripetere il punto precedente con $\alpha = -20$;
   - risolvere il sistema con tutti e tre i metodi nel caso $\alpha = 1$ e tolleranza 10^{-6}, indicando il numero di iterazioni necessarie per ciascun metodo.

2. Sono date le funzioni $f(x) = e^x$ e $g(x) = \cos^2 x$.

   - Quante intersezioni hanno in $\mathbb{R}$?
   - Per ogni intersezione, trovare un intervallo che la contiene e che non ne contenga altre;
   - utilizzando il metodo di bisezione, calcolare la più grande intersezione con ascissa negativa con tolleranza 10^{-6};
   - eseguire lo stesso calcolo utilizzando Newton-Raphson e confrontare il numero di iterazioni nei due casi.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2011/2012
Analisi Numerica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 giugno 2012

Parte pratica

1. Si consideri la funzione $f : [0, \pi] \to \mathbb{R} : f(x) = \sin 5x$. Utilizzando un insieme di n nodi equispaziati, con $n = 2, 3, 4, ..., 21$:
   - Costruire il polinomio interpolatore di Lagrange utilizzando le differenze divise;
   - per ogni valore di n, fare il grafico dell'errore relativo nel punto $x = \pi/4 + 0.01$ in funzione del passo di discretizzazione h.

2. È dato il sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$\begin{pmatrix} 10 & 5 & 1 \\ \alpha & 10 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

   e $\mathbf{b} = (6, 25, -11)$.

   - Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi, Gauss-Seidel ed SOR (con il valore teorico di ω) per $\alpha = 10$;
   - ripetere il punto precedente con $\alpha = 15$;
   - risolvere il sistema con tutti e tre i metodi nel caso $\alpha = -1$ e tolleranza 10^{-6}, indicando il numero di iterazioni necessarie per ciascun metodo.