Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica ed Elettronica
Anno Accademico 2016/2017
Analisi Matematica 2 - Appello del 4 settembre 2017

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 settembre 2017

1. (8 punti) Risolvere il problema di Cauchy del second'ordine

$$y'' - 9\,y = 2\,e^{-x}, \quad y(0) = 2, y'(0) = 1$$

usando le trasformate di Laplace.

2. Utilizzando il teorema dei residui, calcolare l'integrale complesso*

$$\int_{\partial D^+} \frac{z - z_0}{1 + 16\,z^4}\,dz$$

dove

$$z_0 = -\frac{1+i}{2\sqrt{2}}$$

e ∂D^+ è la frontiera del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1,\ 0 \leq \arg(z) \leq 3\pi/2\}$, fornendo anche un rappresentazione grafica del dominio.

* Per gli studenti da 6 crediti:

Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = \sin^2 x + \cos^2 y + 2\cos x \sin y$ nel dominio $\{(x, y) \in [0, 2\pi) \times [0, 2\pi)\}$.

3. Calcolare il flusso del campo vettoriale $\boldsymbol{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\boldsymbol{F}(x, y, z) = y\,z\,\widehat{\mathbf{i}} + x\,z\,\widehat{\mathbf{j}} + x\,\widehat{\mathbf{k}}$$

attraverso la superficie sferica di centro l'origine e raggio R, sia usando il teorema della divergenza che con il calcolo diretto.

4. (8 punti) Sia $D \subset \mathbb{R}^3$ il dominio contenuto nel semispazio $\{z \geq 0\}$ e costituito dal cono circolare retto di raggio di base R, altezza uguale al raggio, avente l'asse Oz quale asse di simmetria e vertice nell'origine. Determinare per quali valori del parametro reale α l'integrale della funzione

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + 2\,y^2}{z^\alpha}$$

sul dominio D converge e, nei casi in cui converge, calcolarne il valore.

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica ed Elettronica
Anno Accademico 2016/2017
Analisi Matematica 2 - Appello del 4 settembre 2017

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 settembre 2017

1. (8 punti) Risolvere il problema di Cauchy del second'ordine

$$y'' - 4\,y = -e^x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$$

usando le trasformate di Laplace.

2. Utilizzando il teorema dei residui, calcolare l'integrale complesso*

$$\int_{\partial D^+} \frac{z - z_0}{1 + 81\,z^4}\,dz$$

dove

$$z_0 = -\frac{1-i}{3\sqrt{2}}$$

e ∂D^+ è la frontiera del dominio $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1,\ -\pi/2 \leq \arg(z) \leq \pi\}$, fornendo anche un rappresentazione grafica del dominio.

* Per gli studenti da 6 crediti:

Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = \sin^2 x + \cos^2 y - 2\cos y \sin x$ nel dominio $\{(x, y) \in [0, 2\pi) \times [0, 2\pi)\}$.

3. Calcolare il flusso del campo vettoriale $\boldsymbol{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$\boldsymbol{F}(x, y, z) = y\,z\,\widehat{\mathbf{i}} + z\,\widehat{\mathbf{j}} + x\,y\,\widehat{\mathbf{k}}$$

attraverso la superficie sferica di centro l'origine e raggio R, sia usando il teorema della divergenza che con il calcolo diretto.

4. (8 punti) Sia $D \subset \mathbb{R}^3$ il dominio contenuto nel semispazio $\{z \geq 0\}$ e costituito dal cono circolare retto di raggio di base R, altezza uguale al raggio, avente l'asse Oz quale asse di simmetria e vertice nell'origine. Determinare per quali valori del parametro reale α l'integrale della funzione

$$f(x, y, z) = \frac{3\,x^2 - y^2}{z^\alpha}$$

sul dominio D converge e, nei casi in cui converge, calcolarne il valore.