

**Corso di Laurea in Ingegneria Edile**  
**Anno Accademico 2016/2017**  
**Analisi Matematica 2 - Appello del 10 gennaio 2017**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 10 gennaio 2017

1. (9 punti) È data l'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 10y = 5 \sin x.$$

- (i) Classificare l'equazione (ordine, linearità, omogeneità);
  - (ii) scriverne la soluzione generale;
  - (iii) determinare la soluzione del problema di Cauchy per questa equazione con le condizioni iniziali  $y(0) = 1$  e  $y'(0) = 0$ .
2. (9 punti) È dato il campo vettoriale  $\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\pi^3} (\cos y, \sin x, z).$$

- (i) Determinarne il dominio;
  - (ii) calcolarne divergenza e rotore;
  - (iii) calcolare il flusso del campo attraverso la superficie esterna del cubo di lato  $\pi$ , appartenente al I ottante e con tre facce sui piani coordinati; usare sia la definizione di flusso che il teorema della divergenza e verificare la consistenza dei risultati.
3. (3 punti) Dimostrare che

$$\int_0^\pi t^3 \cos t \, dt = 3(4 - \pi^2) \quad \text{e} \quad \int_0^\pi t^3 \sin t \, dt = \pi(\pi^2 - 6)$$

4. (9 punti) Usando i valori degli integrali del punto precedente, calcolare il centroide della regione di piano compresa tra il grafico della spirale di equazione  $r(\theta) = \theta$ , con  $0 \leq \theta \leq \pi$  (in coordinate polari), e l'asse delle  $x$ . Fare anche un grafico di tale regione.