Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2013/2014
Analisi Matematica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 luglio 2014

1. È data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (2\,x+\alpha)\,e^{-\alpha x^2}, & x \le 0 \\ (\alpha\,x-1)\,e^{-\alpha x^2}+\beta, & x>0 \end{cases}$$
con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Determinare α e β in modo che $f(x)$ sia derivabile in tutto il suo dominio e, usando tali valori per α e β, studiare la funzione.

2. Determinare il centroide della regione del piano data da
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2,\ g_1(x) \le y \le g_2(x)\}$$
dove
$$g_2(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 4, \qquad g_1(x) = 4 - g_2(x).$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{aligned} &y'' + 4\,y = 3\,\cos x \\ &y(0) = 1; \quad y'(0) = 1. \end{aligned}$$

4. Determinare gli ordini di infinitesimo, rispetto alle potenze di x, di:
$$\frac{\sin^2 x}{x}, \quad x \to 0; \qquad \frac{e^{x^4}-1}{x}, \quad x \to 0; \qquad \frac{\ln(1+x^{3/2})}{\sqrt{x}}, \qquad x \to 0$$

5. Determinare il limite della successione
$$a_n = \frac{2\,e^{2n} - e^n + 1}{e^{\alpha n} - 2\,e^n - 1}$$
al variare di α in $\mathbb{R}$.

6. Determinare il primo termine non nullo della serie di MacLaurin della funzione
$$f(x) = \cos x^2 - 1 + \frac{x^4}{2}$$

7. Determinare il dominio naturale della funzione
$$f(x,y) = \ln(2x+3y)$$
e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano. Scrivere quindi le derivate parziali prime della funzione e calcolarle nel punto $(1,1)$.

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2013/2014
Analisi Matematica

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 14 luglio 2014

1. È data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} (2\,\alpha\, x - 1)\, e^{-\alpha x^2} + \beta, & x \leq 0 \\ (x + 2\,\alpha)\, e^{-\alpha x^2}, & x > 0 \end{cases}$$
con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Determinare α e β in modo che $f(x)$ sia derivabile in tutto il suo dominio e, usando tali valori per α e β, studiare la funzione.

2. Determinare il centroide della regione del piano data da
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2,\ g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}$$
dove
$$g_2(x) = x^2 - \frac{x^3}{3} + 1, \qquad g_1(x) = 1 - g_2(x).$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy
$$y'' - 9\,y = 2\,e^x$$
$$y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

4. Determinare gli ordini di infinitesimo, rispetto alle potenze di x, di:
$$\frac{\sin^3 x}{x^2}, \quad x \to 0; \qquad \frac{e^{x^3} - 1}{x^2}, \quad x \to 0; \qquad \frac{\ln(1 + x^2)}{x^{3/2}}, \qquad x \to 0$$

5. Determinare il limite della successione
$$a_n = \frac{e^{\alpha n} - e^n + 1}{2\,e^{2n} - 2\,e^n - 1}$$
al variare di α in $\mathbb{R}$.

6. Determinare il primo termine non nullo della serie di MacLaurin della funzione
$$f(x) = \cos x^3 - 1 + \frac{x^6}{2}$$

7. Determinare il dominio naturale della funzione
$$f(x, y) = \sqrt{3x + 2y}$$
e rappresentarlo graficamente sul piano cartesiano. Scrivere quindi le derivate parziali prime della funzione e calcolarle nel punto $(1, 1)$.