

**Corso di Laurea in Ingegneria Edile**  
**Anno Accademico 2011/2012**  
**Analisi Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 21 febbraio 2012

**Istruzioni.**

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.

1. Scrivere i primi tre termini del polinomio di Taylor delle funzioni

$$f_1(x) = \ln(1 + x^2) \quad f_2(x) = \sin x^2$$

2. Studiare la funzione  $f(x) = ((x-1)(x-2)^2)^{1/3}$  determinandone: campo di esistenza, intersezioni con gli assi, asintoti verticali ed asintoti orizzontali, proprietà di simmetria (se presenti), limiti notevoli, punti di non derivabilità, massimi e minimi, asintoti obliqui (se presenti) e grafico qualitativo.
3. Risolvere il problema di Cauchy

$$f'(x) + x f(x) = 0$$
$$f(1) = 1$$

4. Determinare massimi e minimi della funzione integrale di  $f(x) = x \sin x$ , data da  $F(x) = \int_{x_0}^x f(t) dt$  con  $x_0 = 0$ .
5. (\*) Calcolare l'integrale doppio

$$f(x, y) = x + y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sqrt{2}/2; y \leq x \leq \sqrt{1 - y^2}\}$$

rappresentando inoltre graficamente il dominio indicato.

6. Calcolare la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = x^2 + y^4 - xy$ , nel punto  $P = (1, 1)$  e lungo la direzione del vettore  $\mathbf{e} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$  con  $\mathbf{v} = (1, 1)$ .

7. Classificare i punti critici della funzione,  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = x \cos y$ .

(\*) Per gli studenti dell'AA 2010/11, calcolare la media della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Corso di Laurea in Ingegneria Edile**  
**Anno Accademico 2011/2012**  
**Analisi Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 21 febbraio 2012

**Istruzioni.**

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.

1. Quale delle seguenti funzioni è  $o(x)$  per  $x \rightarrow 0$ ?

$$x^3 \quad \sqrt{x} \quad \frac{1}{x^3}$$

2. Studiare la funzione  $f(x) = ((x - 1)^2(x - 2)^2)^{1/3}$  determinandone: campo di esistenza, intersezioni con gli assi, asintoti verticali ed asintoti orizzontali, proprietà di simmetria (se presenti), limiti notevoli, punti di non derivabilità, massimi e minimi, asintoti obliqui (se presenti) e grafico qualitativo.

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$f'(x) = x f(x)^2$$
$$f(1) = 1$$

4. Dire se le curve

$$f(t) = (e^t, e^t + 1), t \in [0, 1]$$
$$f(t) = (t^2, t^3), t \in [-1, 1]$$

sono regolari e determinarne il versore tangente.

5. (\*) Calcolare l'integrale doppio

$$f(x, y) = xy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1; x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

rappresentando inoltre graficamente il dominio indicato.

6. Calcolare la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = x^2 + y^4 - xy$ , nel punto  $P = (0, 0)$  e lungo la direzione del versore  $\mathbf{e} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$  con  $\mathbf{v} = (1, 1)$ .

7. Classificare i punti critici della funzione,  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = y \cos x$ .

(\*) Per gli studenti dell'AA 2010/11, calcolare la media della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$$

nell'intervallo  $[0, 1]$ .

**Corso di Laurea in Ingegneria Edile**  
**Anno Accademico 2011/2012**  
**Analisi Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 21 febbraio 2012

**Istruzioni.**

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.

1. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{2x} - e^x + 1}{4e^{2x} + 2e^x - 3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^{2x} - e^x + 1}{4e^{2x} + 2e^x - 3}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - e^x + 1}{4e^{2x} + 2e^x - 3}$$

utilizzando, quando possibile, il teorema di de l'Hopital.

2. Studiare la funzione  $f(x) = ((x-1)^2(x-2))^{1/3}$  determinandone: campo di esistenza, intersezioni con gli assi, asintoti verticali ed asintoti orizzontali, proprietà di simmetria (se presenti), limiti notevoli, punti di non derivabilità, massimi e minimi, asintoti obliqui (se presenti) e grafico qualitativo.
3. Risolvere il problema di Cauchy

$$f'(x) - f(x) = x$$
$$f(1) = 0$$

4. Discutere la continuità delle seguenti funzioni nei punti  $x_0$  indicati:

$$\frac{x^4 - 1}{x - 1}; \quad x_0 = 1$$

$$\frac{x^4 - 16}{x - 2}; \quad x_0 = 2$$

$$\frac{\sin(x^2)}{x^2}; \quad x_0 = 0$$

$$\frac{\sin x}{\tan x}; \quad x_0 = 0$$

5. (\*) Calcolare l'integrale doppio

$$f(x, y) = x^2y - xy^2, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1; x/2 \leq y \leq 2x\}$$

rappresentando inoltre graficamente il dominio indicato.

6. Calcolare la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = xe^y + ye^x$ , nel punto  $P = (1, -1)$  e lungo la direzione del vettore  $\mathbf{e} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$  con  $\mathbf{v} = (1, 2)$ .

7. Classificare i punti critici della funzione,  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \sin x \cos y$ .

(\*) Per gli studenti dell'AA 2010/11, calcolare la media della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

nell'intervallo  $[0, 1]$ .