

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2010/2011
Analisi Matematica

Nome

N. Matricola

Ancona, 9 settembre 2011

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente deve raggiungere la sufficienza separatamente nella parte teorica e negli esercizi.

Esercizi.

1. (7.5 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-|x|}}{2-x}.$$

2. (7.5 punti) Si considerino gli integrali impropri

$$\int_{-\infty}^0 f(x) dx \quad \int_0^2 f(x) dx \quad \int_3^{\infty} f(x) dx$$

della funzione dell'esercizio precedente. Studiare le proprietà di convergenza per ciascuno di essi.

Calcolare infine la media della funzione nell'intervallo $[-1, 1]$.

3. (7.5 punti) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y(x) = \sin \alpha x$$

e discutere la validità della soluzione al variare di α . Risolvere quindi il problema di Cauchy con la condizione iniziale $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

4. (7.5 punti) Calcolare e classificare gli estremi della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = (x^2 - 5x + 6) \cos(xy).$$

Domande teoriche.

1. (10 punti) Definire il limite

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$$

2. (10 punti) Enunciare e dimostrare il teorema sulla convergenza delle serie telescopiche.
3. (10 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat per le funzioni reali di una variabile reale.