

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2010/2011
Analisi Matematica - Primo esame parziale

Nome

N. Matricola

Ancona, 27 novembre 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- Per il superamento della prova, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 18/30 e raggiungere la sufficienza in ciascun gruppo di domande.

Domande generali di comprensione.

1. Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme numerico $A = \{1/n, n \in \mathbb{N}\}$. Dire inoltre se tale insieme è limitato e se ammette minimo e massimo.
2. Indicare, tra le seguenti funzioni, quali sono iniettive, quali suriettive e quali biiettive:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, & f(x) &= \sin x \\ f : [-\pi/2, \pi/2] &\rightarrow [-1, 1], & f(x) &= \sin x \\ f : \mathbb{R} &\rightarrow [-1, 1], & f(x) &= \sin x \\ f : [-\pi/2, \pi/2] &\rightarrow \mathbb{R}, & f(x) &= \sin x \end{aligned}$$

3. Indicare, tra le seguenti curve o equazioni, quali possono essere il grafico di una funzione $y = f(x)$: (i) una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y ; (ii) una parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse x .
4. Quali tra i seguenti insiemi costituisce una partizione dell'intervallo $[0, 1]$ in n sottointervalli?

$$\begin{aligned} P &= \{x_i = (i-1)/n, \quad 1 \leq i \leq n\} \\ P &= \{x_i = (i-1)/n, \quad 1 \leq i \leq n-1\} \\ P &= \{x_i = i/n, \quad 0 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

5. Quale delle seguenti funzioni è invertibile?

$$\begin{aligned} f : [0, 2\pi] &\rightarrow [-1, 1], & f(x) &= \sin x \\ f : [0, \pi] &\rightarrow [-1, 1], & f(x) &= \sin x \\ f : [\pi/2, 3\pi/2] &\rightarrow [-1, 1], & f(x) &= \sin x \end{aligned}$$

6. Vero o falso?

- $f(x)$ derivabile in $x = x_0$ implica $f(x)$ continua in $x = x_0$;
- $f(x)$ continua in $x = x_0$ implica $f(x)$ derivabile in $x = x_0$.
- in un punto di cuspidè una funzione è derivabile ma non continua;
- in un punto di cuspidè una funzione è continua ma non derivabile;
- in un punto di cuspidè una funzione non è ne' derivabile ne' continua.

7. Nella seguente tabella, quali delle funzioni $g(x)$ nella colonna di destra sono primitive delle corrispondenti funzioni $f(x)$ nella colonna di sinistra?

$$\begin{aligned} f(x) = x^2, & \quad g(x) = x^3 \\ f(x) = x^2, & \quad g(x) = x^3/3 - 1 \\ f(x) = 2x, & \quad g(x) = x^2 + 1 \\ f(x) = 2x, & \quad g(x) = x^2/2 \end{aligned}$$

8. Quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere?

$$\begin{aligned} x^3 &= o(x^2), & x \rightarrow 0 \\ x^3 &= o(x), & x \rightarrow 0 \\ \sin x &= o(x^2), & x \rightarrow 0 \\ \sin x &\sim x, & x \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Domande teoriche.

1. Enunciare e dimostrare il teorema sull' integrabilità delle funzioni monotone limitate.
2. Enunciare e dimostrare il teorema sull'annullamento della derivata di una funzione in un punto di estremo locale.

Esercizi.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x - 1}$$

2. Determinare la media della funzione

$$f(x) = |x| e^x$$

nell'intervallo $[-1, 1]$.

3. Calcolare i primi due termini significativi del polinomio di Taylor della funzione

$$f(x) = e^x - 1$$

attorno al punto $x_0 = 0$.

4. Determinare le regioni di convessità e concavità della funzione:

$$f(x) = e^{2x} - e^x - 1$$